# Presentación

Según Charles Peirce —uno de los fundadores del pragmatismo norteamericano que atacó de raíz los problemas centrales lógicos y filosóficos— ha dado un centenar de definiciones de la lógica. De acuerdo con Aristóteles, la lógica puede ser enfocada desde dos puntos de vista. Por un lado, la lógica como un instrumento orgánico para evaluar la validez de las inferencias; por otro lado, como el estudio de los principios y métodos usados para distinguir entre las inferencias válidas y las inferencias no válidas.

La lógica formal contemporánea es la lógica matemática. Su desarrollo no es ajeno a los cambios de la ciencia actual, en cuya historia podemos distinguir dos grandes etapas. La primera se extiende desde sus orígenes, es decir, cuando fue creada por Aristóteles en el siglo IV a. C., hasta mediados del siglo XIX. Es la etapa de la lógica antigua, tradicional o aristotélica. La segunda, que se extiende desde mediados del siglo XIX hasta nuestros días, es la etapa de la lógica matemática, simbólica o moderna o contemporánea.

Nace como disciplina independiente en Grecia. Aristóteles fue el primer gran filósofo que escribió un tratado de lógica. Reunió en el *Organon* todo el material existente en su época, incluyendo sus propios descubrimientos, entre los que destaca la teoría del silogismo, desarrollada sistemáticamente en los *Primeros analíticos*.

La lógica se enriqueció luego con valiosos aportes de los lógicos estoicos y megáricos, de filósofos medievales y modernos, pero sin experimentar cambios sustanciales. Se admitía que el Estagirita había descubierto todo lo que había que descubrir sobre lógica. Sin embargo, desde hace poco más de un siglo, la lógica ha tomado un nuevo curso y en poco tiempo ha realizado significativos progresos que la han renovado por completo. El impulso fue dado por dos matemáticos ingleses: George Boole y Augustus de Morgan, quienes desarrollaron la idea de Leibniz de construir la lógica como un cálculo.

A fines del siglo XIX aparecen los trabajos de Gottlob Frege —considerado el padre de la lógica moderna— cuya primera obra, el *Begriffsschrift*, se publicó en 1879, y los del italiano Giuseppe Peano *Principios de la aritmética* (1889), que en forma independiente llegó a resultados similares a los de Frege. Todos estos trabajos fueron sistematizados y desarrollados por dos grandes filósofos: Bertrand Russell y Alfred N. Whitehead, cuyos trabajos fueron publicados en una obra monumental, que consta de tres volúmenes, denominada *Principia Mathematica* (1910-1913).

Posteriormente el matemático y lógico alemán David Hilbert mostró que los defectos de la obra de Russell y Whitehead se debían a la falta de rigor en el empleo del lenguaje y creó la llamada metateoría, dando origen a una serie de investigaciones notables, como las de Rudolf Carnap en el terreno de la sintaxis lógica y de Alfred Tarski en el de la semántica lógica.

Por lo tanto la imagen actual de la lógica revela un progreso y diversificación tan notable que resulta incorrecto hablar simplemente de la lógica como se venía haciendo hasta entonces. En efecto, a partir de 1920, y sobre la base de la enorme influencia que el filósofo y lógico austriaco Ludwig Wittgenstein llegó a ejercer a través de su *Tractatus Logico-Philosophicus*, surgen y se desarrollan ciertos sistemas de lógica que se separan, de diversos modos, de la lógica clásica. Es el caso de las lógicas polivalentes, asociadas a nombres como Lukasiewicz y Post; la lógica intuicionista, creada por Brouwer y sistematizada por Heyting; la lógica dialéctica, formulada por los profesores Richard Routley, Robert Meyer y Newton da Costa; y, finalmente, la lógica modal identificada con los trabajos de Lewis. Todas ellas caracterizadas como lógicas no clásicas, de difusión grande en nuestros tiempos.

La lógica matemática ha penetrado todas las demás ciencias y nutre de problemas a la filosofía. Es la base de la investigación en tecnologías formales que incluye los campos de programación de computadoras, el análisis de sistemas y de investigación operativa. Es la base de la cibernética, disciplina que ha permitido importantes avances en el conocimiento de los mecanismos de transmisión de información. Desconocerla, para el hombre del siglo XXI, significa ignorar una de las creaciones más fecundas del pensamiento humano.

Justamente, con el anhelo de iniciar a los alumnos de educación superior en el estudio de esta importante disciplina, ofrecemos el presente volumen de *Introducción a la Lógica*. En él nos proponemos exponer en forma clara y sencilla los elementos de esta ciencia formal. En la parte preliminar se examinan los conceptos básicos de la lógica, en su relación con el pensamiento y el lenguaje; la segunda y la tercera partes, respectivamente, desarrollan los temas esenciales de la lógica proposicional y de la lógica de predicados. Se incluyen catorce cuestionarios y veintitrés ejercicios para ayudar al alumno a adquirir un dominio práctico del material.

El señor José Antonio Tejada Sandoval, distinguido alumno de filosofía de San Marcos y ayudante del curso de Lógica en el Integrado de Letras, ha participado activamente en la elaboración del libro, tanto en la preparación de los cuestionarios y ejercicios, en las correcciones finales, cuanto en la redacción de ciertas partes. Expresamos nuestro reconocimiento por su valiosa y responsable contribución.

Creemos que un trabajo de esta naturaleza contribuirá a que el profesor de aula cuente con una pauta que le permita dirigir la enseñanza-aprendizaje del curso y, por lo que se refiere al alumno, le proporcionará un medio efectivo de iniciarse en su estudio. En la medida en que esto suceda, nuestra tarea habrá sido cumplida.

*Óscar Augusto García Zárate*

## CONCEPTOS PRELIMINARES

### Génesis de la lógica

El origen de la lógica como ciencia formal se remonta a los tiempos de Aristóteles (siglo IV a. C.), quien fue su creador. Sin embargo, el gran filósofo de Estagira no empleó este término para referirse a esta ciencia, sino que aludía a ella usando la palabra "analítica" (del griego *analysis*: solución, resolución; fin, en el sentido de término). Es por esta razón que los escritos fundamentales del *Organon* aristotélico (conjunto de sus investigaciones sobre lógica) reciben el nombre de *Analíticos*.

No se sabe exactamente por quién ni en qué época ha sido empleada la palabra "lógica" en el sentido moderno. Según indicación de Boecio el término "lógica" pudo haber sido creado por los comentadores de Aristóteles para oponer el *Organon* de éste a la "dialéctica" estoica, tal vez en tiempo de Andrónico de Rodas. En todo caso esta palabra es empleada por Cicerón (siglo I a. C.); y el uso que se hace de ella en Alejandro de Afrodisia (siglo II d. C.) y en Galeno parece demostrar que se había hecho muy corriente en su época. El empleo de este término es corriente desde los estoicos (siglo III a. C.): "los teoremas lógicos", "las leyes lógicas", como una de las tres especies de "filosofía".[1]

[1] Cf. LALANDE, André, *Vocabulario técnico y crítico de la filosofía*, Argentina, "El Ateneo" Editorial, 1966, pp. 586-587.

La palabra "lógica" proviene del vocablo griego *logos* y éste de la voz *legein*. Las significaciones respectivas son muchas y variadas. Con fines didácticos seleccionaremos las que influyeron en el desarrollo de la lógica. En el pensamiento griego el significado de la palabra *logos* desborda el campo lógico, pues llega a los terrenos metafísicos; así la usó, por ejemplo, Heráclito. *Logos* traducía una noción muy profunda que representa un principio de validez universal, pues señalaba que toda la realidad se hallaba penetrada de él y por esta misma razón volvía inteligibles todas las cosas. Incluso el hombre participaba de él. De aquí que la tarea humana en el conocimiento de las cosas consistía en ir purificando el pensamiento para llegar a la visión del *logos* y así comprender la realidad. Por su parte, Manuel García Morente afirma que el griego concebía el *logos* como aquella razón fundamental o fórmula racional definitoria que explica el "qué es" de algo. Justamente, éste es uno de los sentidos que, por ejemplo, Platón le adjudica a dicho término en la parte final del *Teeteto*, al intentar definir el conocimiento. Nos parece que esta significación metafísica del *logos* sirvió de base para crear la lógica como un instrumento del pensamiento. En efecto, si la realidad es inteligible, entonces es posible buscar un método de pensar que haga evidente esa inteligibilidad.

El verbo *legein* significó, por un lado, "norma racional", es decir, un camino específico para el discurrir de la razón, la cual siguiendo ese camino hallaba una guía para el logro de sus fines. También significó la facultad de formar conceptos correctos, lo cual implicaba que el pensamiento exento de todo error debe también, por esa misma calidad, ser una representación de la realidad. Heidegger, en un artículo en que analiza detenidamente y desde una perspectiva filológica el *Fragmento 50* de Heráclito, se refiere al significado de *legein*, indicando que, en su sentido primigenio, este verbo también significa colocar, recoger, recolectar. Heidegger, en relación con esto, señala que el decir de los hombres se manifiesta como un colocar, y que esto nos mostraría una nueva dimensión del ser del lenguaje que va más allá de la expresión y la significación que, habitualmente, han sido señalados como sus rasgos definitorios.

Igualmente, *logos* significaba "palabra", es decir, el lenguaje que traducía un pensamiento ya ordenado por la norma racional. Así, esta función especial del lenguaje interesaba a la lógica y se abrió el camino para la determinación del concepto de proposición, pues ésta implica asertos y negaciones, los cuales son susceptibles de discusión y pueden llevar la verificación de su verdad o falsedad. Siguiendo este camino nació la lógica en el pensamiento griego. A través de la palabra que expresaba pensamientos correctos se podía organizar una ciencia que garantizara la inteligibilidad de las cosas. Por supuesto que la lógica fue afinando su significación hasta convertirse en el instrumento del pensar correcto de que habla Aristóteles.[2]

## Usos de la palabra "lógica" como sustantivo, adjetivo y adverbio, en el lenguaje coloquial

Inmerso en el lenguaje coloquial el término "lógica", en su uso sustantivo ("la lógica", "lo lógico", "lo ilógico", "la logicidad", "la ilogicidad"), adjetivo ("lógico", "lógica", "ilógico", "ilógica" y sus respectivos plurales) y adverbial ("lógicamente", "ilógicamente"), adquiere diversos sentidos.

### Como sustantivo

Empleado como sustantivo en el lenguaje cotidiano la palabra "lógica" adquiere el sentido de estructura de razonamiento, forma o modo de pensar o razonar, o, simplemente, razonamiento. Así, se habla, por ejemplo, en un artículo periodístico, de "la lógica del escándalo", para referirse al modo de pensar de la prensa de nuestro medio, que decide brindar cobertura a un hecho en función al escándalo que éste genere. Asimismo, se emplea el término "lógi-

[2] Cf. GUERRA, Luis Felipe y Hugo GARCÍA SALVATECCI, *Lógica Matemática*, Lima, Universo, 1984, pp. 7-8.

ca“ como sinónimo de sentido común, buen sentido, razón o actitud racional, cuando se afirma, por ejemplo, que “felizmente prevaleció la lógica”. Se hace uso del sustantivo “lógica“, también, para significar una determinada estructura de ordenamiento o la forma en que se encuentran dispuestas ciertas partes o ciertos elementos de un determinado conjunto a ámbito. Así, ése es el sentido que toma en el siguiente texto: “Me he visto obligado —dijo— a creer que la lógica de sus acciones estaba desequilibrada” (Gustave Flaubert, *Madame Bovary*). Suele también significar, en otro contexto, coherencia o sentido; así, podemos leer: “Aunque todo es mentira, no deja de tener lógica lo que dice” (Shakespeare, *Hamlet*).

### Como adjetivo

En su uso adjetivo, la palabra “lógica“ pasa a significar “natural“, en el sentido de previsible; es decir, hace referencia a un hecho o acción que se esperaba sucediese como consecuencia necesaria de un evento determinado; y así se dice: “Es lógico que el anciano reaccione de la siguiente manera si le robaste las manzanas” (Vasconcelos, *Mi planta de naranja lima*). También suele usarse el mencionado término para significar algo “obvio“ o “evidente“: “No podía haber más que un solo significado lógico tras las palabras de Luisa Bourget” (A. Christie, *Poirot en Egipto*). Asimismo, pasa a significar, en otros casos, “necesario“, como en el texto siguiente: “Como consecuencia lógica de su buena actuación en las tablas, comenzó a trabajar en el cine” (Miguel Paján, *Grandes estrellas del cine*). En otras ocasiones, con este término, se hace referencia al carácter coherente que algo posee; en ese sentido, por ejemplo, se dice que “los ingenieros hidráulicos participantes en el proyecto propusieron soluciones lógicas al problema” (*El Comercio*, 03-08-02, p. 10). Además, cuando se dice de algo que tiene un orden lógico, se hace referencia a aquello que tiene un orden riguroso, sistemático y coherente, aunque en este caso, tal vez, el uso del término sea redundante, pues todo orden, por definición, supone un carácter lógico, esto es, riguroso, sistemático y coherente, de modo que este uso sería pleonástico. El empleo de la palabra "lógico" también sirve para caracterizar una actitud como "razonable" o "sensata", y así se dice, por ejemplo, de un determinado funcionario que "lo más lógico sería que deje su cargo mientras goza de cierta aprobación".

### Como adverbio

En su uso adverbial el término "lógica" se convierte en "lógicamente" y expresa los mismos sentidos que posee como adjetivo, aunque ya no calificando un sustantivo, pues esa función sólo le corresponde al adjetivo, sino expresando "modo". De esta forma podemos decir, por ejemplo, que "la decisión fue tomada, como es lógico, (en este caso, el uso es adjetivo, y tiene el sentido de evidente) después de un detenido análisis", o, en otros términos, pero de manera equivalente, empleando el término bajo su forma adverbial, "La decisión fue tomada, lógicamente, después de un detenido análisis"

Por último, el término "ilógico" es usado como sinónimo de "irracional", "absurdo", "incoherente" e "inverosímil", cuando toma la forma de adjetivo. Como ejemplos de este uso tenemos: "El alcalde de Miraflores inauguró el viernes una obra inconclusa aunque suene ilógico" (*El Comercio*, 18-08-02, p. 22); "Lheureux quedó estupefacto, era algo ilógico para él lo que le estaba pasando" (G. Flaubert, *Madame Bovary*). "Ilógico" no es usado como sustantivo, al menos no de la misma forma que "lógica", pues no cabe hablar de "la ilógica" de tal o cual acción o actitud, aunque sí de su "ilogicidad", entendiendo esta palabra como sinónimo de irracionalidad, absurdidad, etc.; también cabe hablar de lo "ilógico", pues al anteponer a este término el artículo neutro se lo ha sustantivado, adquiriendo de este modo el valor significativo de "sinrazón" o "sinsentido". No es muy corriente, asimismo, el empleo de este término con valor adverbial, como sí lo es, en cambio, el uso de "lógicamente".

## La lógica como ciencia formal de análisis y deducción

La ciencia puede ser caracterizada como un sistema de proposiciones o conocimientos metódicamente establecidos y comprobados, conectados por relaciones de fundamentación y referentes a un dominio particular de objetos; la verdad de sus proposiciones se establece vía demostrativa o deductiva o bien a través de la experiencia.

Aquellas ciencias que establecen la verdad de sus proposiciones mediante deducciones o demostraciones se denominan *formales*, abstractas o estructurales. Son las que tratan de los objetos abstractos, ideales o puramente intelectuales, tales como los números. La lógica formal y la matemática pura son ejemplos de estas ciencias. Aquellas otras que la establecen a través de la experiencia (observación, medición y experimentación) se llaman ciencias *fácticas*, factuales, reales o empíricas. Estas últimas, de las que son ejemplo las ciencias naturales y las ciencias sociales, tratan acerca de los objetos reales, es decir, de entidades que se dan en la realidad espacio-temporal, entre las que se incluyen aquellos procesos, fenómenos o hechos naturales y sociales que el hombre encuentra en su experiencia del mundo real (sea la dilatación de los cuerpos con el calor —en la física—, o la variación de la moda —en la sociología—, o la devaluación monetaria —en economía—).

Las ciencias formales están constituidas por un conjunto de proposiciones denominadas analíticas: su verdad o falsedad se establece lógicamente. Ejemplos:

a) El triángulo tiene tres ángulos.
b) $2 + 3 = 5$
c) La suma de los ángulos internos del triángulo es de 180°.

Las ciencias fácticas están constituidas por un conjunto de proposiciones que se llaman sintéticas: su verdad o falsedad se establece empíricamente. Ejemplos:

a) La clorofila es verde.
b) Los felinos son carnívoros.
c) El calor dilata los cuerpos.

La lógica es una ciencia formal que estudia las técnicas, procedimientos, reglas, métodos y los principios o leyes usados para distinguir la inferencia correcta de la incorrecta; para discriminar la inferencia válida de la no válida. Es ciencia formal porque ella atiende sólo al aspecto estructural de las inferencias sin considerar el contenido significativo de sus proposiciones componentes.

Naturalmente, esta definición no pretende afirmar que sólo es posible razonar o inferir correctamente si se ha estudiado lógica. Sostener esto sería tan erróneo como pretender que sólo es posible correr bien si se ha estudiado la física y la fisiología necesarias para la descripción de esta actividad. Algunos excelentes atletas ignoran completamente los complejos procesos que se operan dentro de ellos mismos cuando ejecutan sus habilidades. Y es innecesario decir que los profesores de edad algo madura que más saben acerca de tales cosas se desempeñarían muy pobremente, si arriesgaran su dignidad en el campo atlético. Pero, inversamente, la agudeza intelectual que la lógica desarrolla con su cultivo hace que la persona que la ha estudiado tenga la posibilidad de razonar o inferir correctamente, con ventaja sobre aquella que nunca ha considerado los principios o leyes generales implicados en esta actividad, limitada al buen sentido natural o sentido común.

Ello se debe a varias razones. Ante todo, un estudio adecuado de la lógica la enfocará como un arte tanto como una ciencia, y el estudiante deberá hacer ejercicios relativos a todos los aspectos de la teoría que aprende. Aquí como en todo, la práctica ayuda a perfeccionarse. En segundo lugar, una parte tradicional de estudio de la lógica consiste en el examen y el análisis de las falacias o sofismas, es decir, de ciertos tipos de razonamientos incorrectos que se cometen con la intención de engañar. El conocimiento de estas trampas nos ayuda positivamente a evitarlas. Finalmente, el estudio de la lógica suministrará al estudiante ciertas técnicas, reglas y métodos de fácil aplicación para determinar la validez o invalidez de todas las inferencias, incluso las propias. El valor de este conocimiento reside en que, cuando es posible localizar o identificar los errores, es menor la posibilidad de que se cometan.

## Definiciones incorrectas de la lógica

### La lógica como ciencia de las leyes del pensamiento

La lógica ha sido definida como la ciencia de las leyes del pensamiento. Esta definición, aunque ofrezca un indicio de la naturaleza de la lógica, no es exacta. En efecto, el pensamiento es uno de los procesos estudiados por los psicólogos. La lógica no puede ser la ciencia de las leyes del pensamiento porque también la psicología es una ciencia que trata de las leyes del pensamiento, entre otras cosas, y la lógica no es una rama de la psicología, es un campo de estudio separado y distinto.

Igualmente, si "pensamiento" es cualquier proceso mental que se produce en la psiquis de las personas, no todo pensamiento es objeto de estudio para el lógico, pues, aunque todo razonamiento es pensamiento, no todo pensamiento es razonamiento. Por ejemplo, es posible pensar en un número entre uno y diez como en los juegos de salón, sin elaborar ningún "razonamiento" acerca del mismo.

Hay muchos procesos mentales o tipos de pensamiento que son distintos del razonamiento. Es posible recordar algo, imaginarlo o lamentarlo, sin "razonar" sobre ello. O uno puede dejar "vagar" los propios pensamientos en un ensueño o fantasía, construir castillos en el aire o seguir lo que los psicólogos llaman asociación libre, en la que una imagen reemplaza a otra en un orden que no tiene nada de lógico. Parece haber ciertas leyes que gobiernan el ensueño, pero no son del tipo de las que han estudiado tradicionalmente los lógicos. Su estudio es más apropiado para la psicología; las leyes que describen y explican las evoluciones de la mente en el ensueño son las psicológicas no principios lógicos.

Definir la lógica como la ciencia de las leyes del pensamiento es incluir demasiado dentro de ella.

### La lógica como ciencia del razonamiento

Otra definición común de la lógica es aquella que la caracteriza como la ciencia del razonamiento. Esta definición, que evita la objeción anterior, no es aún adecuada. El razonamiento es un género especial de pensamiento en el cual se realizan inferencias, es decir, se derivan conclusiones a partir de premisas. Pero, es aún pensamiento y por lo tanto forma parte también del tema de estudio del psicólogo. Cuando éstos examinan su proceso lo encuentran sumamente complejo, emocional en alto grado. Éstos son de la mayor importancia para la psicología. Pero no son en absoluto de la incumbencia del lógico los oscuros caminos por los cuales la mente llega a sus conclusiones durante los procesos reales del razonamiento.

Al lógico sólo le interesa la corrección del proceso, una vez terminado. Su problema es siempre el siguiente, ¿la conclusión a que se ha llegado deriva de las premisas usadas y afirmadas? Si las conclusiones se desprenden de las premisas, esto es, si las premisas constituyen un buen fundamento de la conclusión, de manera que afirmar la verdad de las premisas garantiza la afirmación de que también la conclusión es verdadera, entonces el razonamiento es correcto. En caso contrario es incorrecto. La distinción entre el razonamiento correcto y el incorrecto entre la inferencia válida e inválida es el problema central que trata la lógica. Las técnicas, procedimientos, métodos, reglas y leyes han sido desarrollados esencialmente con el propósito de aclarar esta distinción.[3]

A modo de conclusión presentamos las siguientes precisiones:

a) El objetivo de una teoría lógica es ofrecer una explicación de la relación de implicación lógica en que se encuentran las premisas y la conclusión de una inferencia correcta.

3 Cf. COPI, Irving y Carl COHEN, *Introducción a la lógica*, Méjico, Linusa, 1995, pp. 18-19.

b) Otro objetivo es discriminar, mediante un método sistemático, las inferencias correctas de las que no lo son.

Al perseguir estos objetivos la lógica contemporánea ha concebido las inferencias como formuladas lingüísticamente y se ha servido de lenguajes artificiales para alcanzarlos. De entre éstos, la familia más importante es la de los lenguajes de primer orden. La lógica de primer orden es la teoría más versátil y aplicable, también la más estudiada y la mejor conocida, de la lógica contemporánea. Otros nombres con los que se la conoce son lógica de predicados y lógica cuantificacional. La lógica de primer orden abarca en cierto sentido la lógica de proposiciones.[4]

**Noción de forma lógica**

La *proposición* es una oración aseverativa susceptible de ser calificada de verdadera o falsa. Ejemplos:

a) Einstein fue el creador de la teoría de la relatividad
b) El Perú está al norte del Ecuador

En estos ejemplos "a)" y "b)" son proposiciones: "a)" es verdadera y "b)" es falsa. En consecuencia, la verdad y la falsedad son sus propiedades; así, pues, solamente poseen el atributo de verdad o falsedad las formas lingüísticas que afirman o niegan algo, es decir, las proposiciones.

La *inferencia* es una operación lógica que consiste en obtener la verdad de una proposición, conocida como conclusión, a partir de la verdad de una o más proposiciones, conocidas como premisas. Ejemplos:

| | |
|---|---|
| a) Si eres limeño, entonces eres peruano | (premisa) |
| Si eres peruano, entonces eres sudamericano | (premisa) |
| Luego, si eres limeño, entonces eres sudamericano | (conclusión) |

4 Cf. ALCHOURRÓN, Carlos E. *et al. Lógica*, Madrid, Trotta, 1995, p. 71.

b) Ningún peruano es chileno (premisa)
Todos los loretanos son peruanos (premisa)

---

Luego, ningún loretano es chileno (conclusión)

Los ejemplos "a)" y "b)"son inferencias. Si en "a)" reemplazamos "eres limeño" por "p", "eres peruano" por "q", y "eres sudamericano" por "r", se obtendrá la forma lógica siguiente:

Si p, entonces q
Si q, entonces r

---

Luego, si p, entonces r

Si en "b)" sustituimos "loretano" por "S", "chileno" por "P" y "peruano" por "M", se obtendrá la forma lógica siguiente:

Ningún M es P
Todos los S son M

---

Luego, ningún S es P

En "a)" las proposiciones "Si eres limeño, entonces eres peruano" y "Si eres peruano, entonces eres sudamericano" representan a las premisas; la proposición "Si eres limeño, entonces eres sudamericano" representa a la conclusión. Igualmente, en "b)" las proposiciones "Ningún peruano es chileno" y "Todos los loretanos son peruanos" desempeñan el papel de premisas; y la proposición "Ningún loretano es chileno" hace las veces de conclusión.

Es fácil advertir que "a)" y "b)" son ejemplos de inferencias válidas, puesto que en ambos casos la conclusión deriva necesariamente de las premisas. En efecto, nadie puede aceptar la verdad de éstas y, simultáneamente, negar la verdad de aquélla sin incurrir en flagrante contradicción.

Pero ¿cómo sabemos que las mencionadas inferencias son válidas? Todos lo sabemos por intuición, sin embargo ésta es subjetiva y no puede garantizar objetivamente la validez de las inferencias en todos los casos. Es aquí, entonces, donde se hace necesario establecer las condiciones formales de validez de las inferencias.

La inferencia "a)" es válida porque su forma lógica: "Si p, entonces q. Si q, entonces r. Luego, si p, entonces r" también lo es. Es decir, toda inferencia que tenga dicha forma es válida, independientemente de los significados que asuman "p", "q" o "r". Así, por ejemplo, si reemplazamos "p", por "penalista", "q" por "abogado" y "r" por "colegiado", obtendremos otra inferencia válida. Y si continuamos reemplazando "p", "q" o "r" por cualquier tríada de proposiciones, obtendremos siempre inferencias igualmente válidas.

De modo análogo, la inferencia "b)" es válida porque su forma lógica: "Ningún M es P. Todos los S son M Luego, ningún S es P" lo es asimismo. Y todas las inferencias que tengan dicha forma son válidas. En efecto, si sustituimos "S" por "planta", "P" por "mineral" y "M" por "vegetal", respetando estrictamente el orden en que aparecen "S", "P" y "M" en la forma lógica válida, obtendremos nuevamente una inferencia válida. Y si seguimos sustituyéndolos por otras tríadas de términos respetando la estructura lógica válida obtendremos inferencias también correctas.

La validez o invalidez son propiedades de las inferencias, es decir, únicamente ellas pueden ser calificadas de válidas o de inválidas. Las inferencias pueden ser *deductivas* e *inductivas* y radica la diferencia en el grado de relación existente entre las premisas y la conclusión, pues en una inferencia deductiva la conclusión deriva necesariamente de las premisas: la verdad de éstas garantiza la de aquélla; las premisas implican la conclusión. Consecuentemente, una inferencia es deductivamente válida cuando es imposible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión sea falsa. En una inferencia inductiva, en cambio, la conclusión no se sigue necesariamente de las premisas: éstas solamente la hacen probable.

## Razonamiento deductivo y razonamiento inductivo *

Para empezar se debe hacer una importante distinción entre el razonamiento deductivo y el razonamiento inductivo.

El razonamiento deductivo está usualmente asociado a la solución de problemas matemáticos. Ello se ilustra muy bien mediante el despliegue de una demostración geométrica; sin embargo, el razonamiento deductivo también se puede hallar en el lenguaje ordinario, aunque no se le reconozca cabalmente como un razonamiento. Por ejemplo, si alguien dice "George no es un estudiante de primer grado, en consecuencia no debe llevar puesto un gorro", difícilmente se podría considerar este enunciado como un tipo de razonamiento. Pero si efectuamos algunas modificaciones y aditamentos —teniendo el cuidado de retener el significado original del enunciado— podríamos ponerlo de tal forma que se le pueda reconocer realmente como un tipo de razonamiento deductivo:

George no es un principiante.
Nadie excepto un principiante (ningún no-principiante) puede llevar puesto un gorro.
Luego, George no puede llevar puesto un gorro.

Este argumento es válido y nuestros sistemas establecidos de lógica pueden mostrar la validez de esta forma de argumentar.

Se podría decir que es válido pero que no deja de ser trivial. ¿Para qué hacerse problemas con un enunciado cuya validez puede ser inspeccionado a partir del establecimiento de determinadas normas sobre cómo vestir en el campus universitario? Nosotros respondemos que para nuestro razonamiento deductivo necesitamos establecer con claridad formas de razonamiento correcto —que se podrían aplicar para casos sencillos como el arriba citado— y continuar usando estas formas para problemas mucho más complejos.

* THOMAS, Norman L. *Modern Logic*. Barnes y Noble, Inc., New York, 1966, pp. 1-7. [Pasaje traducido por Claudio Chipana hasta la página 36].

Digamos a estas alturas que por *razonamiento deductivo* estamos entendiendo un tipo de razonamiento que busca descubrir si una conclusión dada es consecuencia de determinadas premisas, asunciones, axiomas o presupuestos. Algunos ejemplos pueden ayudar a ilustrar esta definición.

La siguiente es una forma común muy empleada en el razonamiento deductivo:

Si ocurre *A*, entonces ocurrirá *B*
Ocurre *A*
---
En consecuencia, ocurre *B*.

Aquí hay dos premisas y una conclusión. Las premisas son (1) Si *A* ocurre, entonces ocurrirá *B* y (2) Ocurre *A*. Luego, la conclusión es ocurre *B*. Un caso especial de esta forma podría ser:

Si ganamos el juego, entonces ganaremos las series
Nosotros ganamos el juego
---
En consecuencia, nosotros ganamos las series

Por supuesto que nosotros tenemos que reconocer que esa forma argumental también podrá aplicarse de alguna manera a una condición o estructura más complicada. Podemos usar esa forma para mostrar, por ejemplo, que el siguiente razonamiento es válido:

Si *R* y *S* ocurren, entonces *G* no ocurrirá
*R y S* ocurren
---
En consecuencia, *G* no ocurre.

Desde otro nivel deductivo consideraremos el caso de las matemáticas de cualquier colegio secundario: En geometría plana, para empezar, se nos dan un cierto número de axiomas. Tomemos dos de ellos. (1) El todo es igual a la suma de sus partes. (2) Una cantidad puede ser sustituida por su igual. Ahora, si nosotros consideramos un segmento lineal AB (el significado de “segmento lineal“ deberá estar dado por definición), que está dividido en dos partes, x e y, tal que x = y, podemos probar que 2x = AB de la manera siguiente:

1) x + y = AB, porque el todo es igual a la suma de sus partes, x e y son partes de AB.

2) x + x = AB, porque x es igual a y, y una cantidad puede ser sustituida por su igual; entonces podemos sustituir y por x.

3) x + x = 2x, por un axioma de aritmética (todos los axiomas de aritmética se asumen en geometría plana).

4) 2x = AB, sustituyendo x + x por 2x en el paso número dos.

En los ejemplos arriba citados estamos haciendo deducciones que son extremadamente simples; de hecho tan simples que el estudiante puede sentirse irritado o indignado por ser forzado a recorrer tales procedimientos tortuosos a fin de llegar a una conclusión que era tan obvia desde el primer momento. Tal como el filósofo Schopenhauer dijo, “es como tener dos piernas rotas por lo que a uno se le tenga que enseñar a caminar con muletas”.

Sin embargo, una metáfora mejor que la de Schopenhauer podría ser aquella que se refiere al entrenamiento de un aviador para que vuele valiéndose de sus instrumentos. Bajo condiciones climáticas normales y cielo despejado un piloto puede volar por instinto y por reacciones naturales a los datos que le dan sus sentidos. Pero si él se encontrase bajo una tormenta o nubes cargadas y apenas pudiese ver las puntas de sus alas ya no podría confiar más en su comprensión intuitiva de la situación en que se halla. Es un hecho muy reconocido por los aviadores que al volar a través de las nubes es posible sentir como si se estuviese haciendo un escalamiento cerrado, cuando de hecho se está volando recto y nivelado; o, por otro lado, estar en realidad en una espiral ceñida hacia tierra aun cuando los sentidos le digan a uno que está en una cómoda condición de vuelo recto y nivelado.

Como resultado de tales decepciones provenientes del conocimiento intuitivo, en consecuencia, es esencial que el aviador aprenda un tipo de vuelo que esté basado en una negación deliberada de sus sentidos intuitivos. Si él tuviese que aprender un tipo de vuelo que lo convirtiese en un piloto profesional capaz de volar un aeroplano en condiciones más complejas, entonces él deberá aprender a “caminar con muletas“ como si sus piernas se hubiesen roto. Es decir, él deberá aprender a depender absolutamente de sus instrumentos aun cuando contradigan en gran medida la evidencia de sus sentidos.

Tanto en lógica como en matemáticas el proceso de razonamiento deductivo tiene algunas de las características de los instrumentos de vuelo. Los presupuestos básicos y las reglas de operación con que trabajamos son análogos a los instrumentos y su respectivo uso en un avión. Asimismo, es tanto necesario como productivo para nosotros permanecer dentro de los límites de aquellos presupuestos (axiomas) y reglas como lo es para el aviador observar y volar con los instrumentos de su panel.

Si el proceso de razonamiento deductivo pudiese parecer innecesariamente tedioso al tratar los problemas elementales que hemos mencionado podemos tener la seguridad de que esta aproximación en apariencia tediosa es la única que resolverá los problemas complicados que ocurren en el examen de temas más profundos. Pero, ciertamente, una real certeza proviene únicamente del uso del procedimiento deductivo en la manera como se abordan los problemas de geometría o álgebra o lógica y descubriendo así, por uno mismo, su utilidad y poder.

El razonamiento inductivo nos ofrece menos certeza que el razonamiento deductivo y más bien una diversidad de grados de probabilidad. En el razonamiento deductivo nosotros estamos efectuando las implicaciones de nuestras asunciones y reglas operativas para obtener resultados que pueden ser poco claros al principio, pero que están en verdad ya implicados en nuestras reglas y asunciones. Pero en el razonamiento inductivo estamos trabajando con predicciones del futuro, generalizaciones concernientes a vastas áreas de instancias no observadas, y teorías concernientes a las llamadas regularidades en la naturaleza.

Para una definición de la inducción podemos decir que es aquel tipo de razonamiento que busca producir una afirmación verdadera acerca de todos los miembros de un grupo de cosas o eventos sobre la base de un examen de un limitado número de casos individuales dentro de ese grupo.

Afirmaciones tales como las siguientes son ejemplos de razonamiento inductivo: “él participa en un concurso de preguntas todos los viernes por la mañana —al menos eso es lo que él ha hecho durante todo el semestre hasta ahora”, “esa es una caja de manzanas malogradas —he observado la mitad de ellas y he encontrado un gusano en cada una que he revisado”, y “hay una posibilidad de que llueva si el viento sopla desde el sur —es algo que generalmente ocurre”.

Se debe notar aquí que el procedimiento en cada uno de estos ejemplos es formular un enunciado concerniente a ciertas condiciones generales o supuestas regularidades basadas en observaciones de individuos o circunstancias individuales. Esos enunciados indican intentos de descubrir alguna regularidad o generalización sobre la base de ocurrencias particulares cuidadosamente observadas y enumeradas. Alfred North Whitehead denomina a ello tratar de “ver lo que es general y lo que es particular”.

El proceso inductivo está íntimamente vinculado a lo que se denomina el método científico. Es un proceso de razonamiento que es fundamental para las actividades del científico. Pero su principal característica, tal como se puede ver en los ejemplos, es la probabilidad en lugar de la certeza. P.W. Bridgeman dice que “ninguna ciencia empírica puede, en ningún caso, formular enunciados exactos“.

Las probabilidades a las que nos referimos pueden, desde luego, ser extremadamente altas. El ejemplo que se ha hecho clásico en los escritos de David Hume a fines del siglo dieciocho es aquel que concierne al enunciado: “el Sol saldrá mañana”. Las observaciones que hiciéramos, desde los primeros días, al hacer observaciones han incluido aspectos del Sol como el de su salida al inicio de cada periodo de aproximadamente cada veinticuatro horas. Siempre ha salido el Sol en el pasado y siempre saldrá en el futuro, de ello estamos convencidos. Pero, sin tener la intención de caer en trivialidades o proponer algo no razonable, podemos, sin embargo, subrayar que nuestro conocimiento de que el Sol saldrá mañana no es un conocimiento absolutamente cierto, tal como el que se puede deducir de la siguiente operación: 97 x 58 = 5626. Sin duda es muy probable que el Sol salga mañana y sería insólito actuar como si el Sol no hubiese de salir mañana; pero debemos reconocer que la predicción es una probabilidad de creer por inducción y que no contiene el tipo de certeza que podemos encontrar en todo argumento deductivo.

La deducción nos da conclusiones que son ciertas porque no son nada más que implicaciones de nuestros presupuestos. La inducción por su parte da conclusiones que son sólo probables. Pero la deducción está basada en asunciones y reglas que son, tanto como sea posible, divorciadas de la experiencia. Es un estudio de formas y operaciones que son deliberadamente libres de referencias al mundo de la percepción sensorial. [...] . Y la inducción, por otra parte, está íntimamente más asociada con la experiencia y la actividad sensorial. Los pasos fundamentales en el proceso inductivo son la observación y la experiencia.

Bertrand Russell discute los extremos de esta relación que se halla entre los hechos de la experiencia y la lógica pura:

> En la lógica pura ningún hecho atómico (el tipo de hecho más simple que podamos experimentar) es jamás mencionado: nos confinamos nosotros mismos enteramente a las formas, sin preguntarnos qué objetos pueden llenar las formas. Esta lógica pura es independiente de los hechos atómicos; pero a la inversa, en cierto sentido, éstos son independientes de la lógica. La lógica pura y los hechos atómicos son los dos polos, lo a priori total y lo empírico total. Pero entre ambos hay una vasta región intermedia... (En RUSSELL, Bertrand, *Our Nowledge of the External World,* New York, New American Library, Mentor Books, 1956, p. 49).

En consecuencia, apenas es necesario decir que el científico, el filósofo o alguien más que se interese en descubrir hechos acerca del universo en que vive, encontrará tanto el razonamiento inductivo como el deductivo indispensable para sus investigaciones. La deducción nos hace capaces de llevar a cabo las implicaciones de nuestras asunciones en su más pleno sentido sin estar influidos por las frecuentes percepciones erróneas de nuestras experiencias inmediatas. Y la inducción es nuestro modo de ver las generalizaciones y categorías en el mundo de nuestra experiencia.

## Cuestionario N.º 1

1. ¿Qué término empleaba Aristóteles para referirse a lo que ahora denominamos lógica?
2. ¿Dónde tiene su origen el uso del término "lógica"?
3. ¿Qué sentidos tienen en el contexto del pensamiento griego la palabra *logos* y el verbo *legein*?
4. ¿De qué formas es empleado el término "lógica" en el lenguaje coloquial?
5. ¿Qué sentidos adquiere el término "lógica" cuando se lo emplea como sustantivo?
6. ¿Cuáles son los sentidos de la palabra "lógica" cuando es usado como adjetivo?
7. Bajo la forma de adverbio, ¿qué sentidos toma el término "lógica"?
8. ¿Qué significaciones se la adjudica al vocablo "ilógico" y bajo qué formas se le suele usar?
9. ¿Cómo puede ser caracterizada la ciencia?
10. ¿A qué se denomina ciencias formales, abstractas o estructurales?
11. ¿A qué se denomina ciencias fácticas, factuales, reales o empíricas?
12. ¿De qué tipo de proposiciones están constituidas las ciencias fácticas?
13. ¿De qué tipo de proposiciones están constituidas las ciencias formales?
14. ¿Por qué la matemática es una ciencia formal y por qué la física es una ciencia fáctica?

15. ¿Es la lógica la ciencia de las leyes del pensamiento? ¿Por qué?
16. ¿Es la lógica la ciencia del razonamiento? ¿Por qué?
17. ¿Cuál sería la definición más pertinente de lógica?
18. ¿Qué es una proposición?
19. ¿A qué se denomina inferencia?
20. ¿Cuándo una inferencia es válida?
21. ¿Qué se entiende por razonamiento deductivo?
22. ¿A qué se refiere la metáfora que establece una analogía entre el proceso deductivo y las características de los instrumentos de vuelo?
23. ¿Cómo se define la inducción?
24. ¿Cuál es la principal característica del proceso de razonamiento inductivo?
25. ¿Se podría decir que el razonamiento deductivo y el razonamiento inductivo se complementan? ¿Por qué?

## Esbozo del desarrollo histórico de la lógica

En las siguientes páginas se presenta un sucinto panorama histórico de la lógica dividido en las siguientes secciones: edad antigua, edad media, renacimiento y edad moderna, y edad contemporánea.

### Edad Antigua

A los trabajos de Aristóteles (384-322 a. C.) se debe la sistematización de la lógica. Conscientes de este descubrimiento (la teoría del silogismo), los comentaristas, que durante la época bizantina se encargaron del estudio y ordenamiento de estos escritos, denominaron *Organon* (instrumento) al compendio que nos legó ese saber, en cuya sección inicial, *Primeros analíticos,* reunió todo el material existente en su época sobre la deducción o inferencia. Es, por ello, el primer lógico formal de la historia. Su mérito consistió en haber examinado las deducciones o inferencias considerando sólo su forma o estructura, con independencia de su significado o contenido. Ésta es la razón por la que la lógica desde su creación es una ciencia formal o estructural que mantiene este carácter hasta nuestros días, tras veinticuatro siglos.

El tratamiento estructural que hizo el Estagirita de la deducción significó un aporte sustancial al desarrollo de la lógica y de la matemática: el *método axiomático.* En efecto, debido a que todos los razonamientos podían ser considerados como estructuras, Aristóteles axiomatizó su teoría del silogismo. La silogística aristotélica forma parte de lo que hoy se considera la teoría general de la inferencia deductiva y su desarrollo hace de su lógica un antecedente remoto de la contemporánea.[5]

Casi contemporáneos con Aristóteles fueron los lógicos *estoicos* y los *megáricos.* Los primeros tuvieron el mérito de profundizar en algunos campos a los que el Estagirita no había concedido suficiente atención. Estos filósofos son los precursores más lejanos de la actual lógica proposicional y de las teorías que incluyen predicados relacionales, que son indispensables para dotar a la matemática de una lógica adecuada que el silogismo no proporciona. Por su parte, los *megáricos* hicieron tres aportaciones a la lógica: una en lo relativo a las paradojas (por ejemplo, la del mentiroso, atribuida a Eubúlides); otra en el examen de los conceptos modales y, además, iniciaron un importante debate sobre los enunciados condicionales.[6] El más importante de ellos, Diodoro Cronos, se dedicó a la lógica de las modalidades temporales esclareciendo relaciones importantes entre verdad y tiempo. Sin embargo, el influjo del Estagirita fue avasallador y los estoicos y megáricos fueron desconocidos en la Edad Media, durante la cual las investigaciones lógicas se centraron en el silogismo y sus aplicaciones.

### Edad Media

Durante la Edad Media los máximos representantes de la *lógica escolástica*, como Pedro Abelardo, Pedro Hispano, Tomás de Aquino, Raimundo Lulio y Guillermo de Occam, no sólo perfeccionaron y sistematizaron temas heredados de la tradición antigua, sino emprendieron nuevas investigaciones como la teoría de las supo-

[5] *Ibídem*, p. 50.
[6] *Ibídem,* p. 52.

siciones precursora de la moderna teoría de la jerarquía de lenguajes, la cual es empleada para la eliminación de paradojas metalógicas. Asimismo, trabajaron en forma apreciable la lógica proposicional y conocieron sus principales reglas de inferencia a pesar de no manejar un lenguaje simbólico adecuado, lo que hizo muy difíciles sus trabajos. Por añadidura, la concepción nominalista de los universales de Occam —que interpreta los conceptos como nombres genéricos— es muy próxima a la noción contemporánea de predicado lógico.

Los escolásticos, además, emprendieron un estudio especial y profundo de la lógica modal llevándola bastante más allá del nivel inicial en el que la había dejado Aristóteles. También se enfrentaron con el problema de las “paradojas semánticas“, de las que hallaron no menos de una docena de soluciones, logrando desentrañar casi todos sus aspectos. Finalmente, los escolásticos desarrollaron la mayor parte de sus investigaciones de manera metalógica, o sea no construyendo fórmulas lógicas sino describiéndolas, cosa que los antiguos sólo habían hecho en contadas ocasiones. No obstante, como lo anotáramos líneas arriba, los filósofos medievales no lograron avanzar mucho, debido a que no contaron con un lenguaje adecuado para un eficaz análisis de inferencias.

Las principales aportaciones de esta época son las relacionadas con los términos sincategoremáticos, la teoría de la suposición y la teoría de las consecuencias.[7]

### Renacimiento y Edad Moderna

En el siglo XVII Guillermo Leibniz —el precursor de la lógica matemática— descubre por su cuenta todo cuanto habían descubierto los estoicos, megáricos y medievales y se constituye en el primer filósofo que tomó conciencia de la necesidad de disponer de un lenguaje especial para progresar en el estudio de las deducciones. Aunque los especialistas reconocen que esta idea ya estaba en ger-

[7] *Ibídem,* pp. 54-56.

men en el *Ars magna,* de Raimundo Lulio, Leibniz fue el primero que sostuvo con claridad que el procedimiento para convertir la teoría de la deducción lógica en una ciencia estricta e infalible era convertirla en un cálculo mediante el uso de procedimientos matemáticos.

Esta nueva ciencia sería una *mathesis universalis* (ciencia fundamental), que él llamó también logística o lógica matemática. Su función consistiría en demostrar la verdad de las afirmaciones filosóficas y científicas sin tener en cuenta su significado sino solamente su estructura expresada en símbolos de un lenguaje artificial, construido especialmente para calcular. Leibniz decía que calcular era operar con símbolos. Así como se podía calcular con símbolos aritméticos también ello sería factible con símbolos que representaran estructuras deductivas.

El ideal leibniziano era lograr un instrumento lógico lo suficientemente poderoso como para poder traducir cualquier discusión significativa sobre la corrección de las deducciones a una operación en la que los oponentes se limiten a revisar los cálculos para ubicar el error de manera parecida a como se corrige una suma cualquiera. El proyecto de Leibniz era demasiado ambicioso y por ello fracasó. Aunque su intuición fue grande, estuvo lejos de lo realizable y no pudo avanzar hacia la construcción de un lenguaje simbólico que superara significativamente la vieja silogística aristotélica.

Pero sus trabajos no alcanzaron difusión y pasaron inadvertidos debido al inmenso prestigio que alcanzaba Aristóteles aun hasta el siglo dieciocho. Es que se admitía, con Manuel Kant en el prefacio a la segunda edición (1787) de su *Crítica de la razón pura,* que el Estagirita había descubierto todo lo que había que descubrir sobre lógica. Se aceptaba que la lógica creada por él era un conocimiento acabado, cerrado y completo; puesto que la investigación posaristotélica no había ni refutado ni aportado nada nuevo en relación con las enseñanzas del *Organon.* Este apodíctico juicio privaba a la disciplina lógica —al haber surgido del cerebro de Aristóteles ya acabada y perfecta, como Minerva de la cabeza de Júpiter— de su propia historia:

> ... a partir de Aristóteles no ha tenido que dar ningún paso atrás... y hasta hoy la lógica no ha podido dar ningún paso adelante, de modo que todo parece indicar que hay que considerarla como cerrada y completa.[8]

Esta limitación es debida, esencialmente, a la escasa cultura referente a la historia de la filosofía, común a los demás grandes pensadores de su tiempo, cuya información en historia de la filosofía no llegaba en el tiempo más atrás de Descartes, desconociendo de manera casi total la Edad Media y que tenía de la filosofía antigua nociones de nivel puramente manualístico y poco precisas.

Sin embargo, desde hace más de un siglo la lógica ha tomado un nuevo curso y en poco tiempo ha experimentado significativos progresos que la han renovado por completo. El impulso fue dado por dos matemáticos y lógicos ingleses: George Boole —con su obra *Análisis matemático de la lógica*, que apareció en 1847— y Augustus De Morgan, quien ese mismo año publicó su *Lógica formal*, en la que se desarrolla la idea de Leibniz de construir la lógica como un cálculo.

Este nuevo lenguaje —conocido como Álgebra de Boole— manifestó su potencia resolviendo problemas que excedían los alcances de la lógica aristotélica y poniendo por primera vez en evidencia los errores del Estagirita. El álgebra de Boole —conocida también como álgebra de clases o de conjuntos— fue asimismo investigada por De Morgan. Ambos son los creadores del moderno lenguaje formalizado de la lógica lo que les permitió, entre otras cosas, descubrir una cantidad asombrosa de nuevos tipos de deducción o inferencia. A pesar de las limitaciones de sus trabajos señalan un verdadero cambio de rumbo en la historia de la lógica y han contribuido a dotar de sus caracteres esenciales a la lógica matemática.

A fines de siglo XIX aparecen los trabajos del matemático y lógico alemán Gottlob Frege, considerado el padre de la lógica matemática, cuya primera obra, el *Begriffsschrift*, publicada en 1879,

[8] KANT, Manuel, *Crítica de la razón pura,* Buenos Aires, Losada, 1960, tomo I, p. 18.

marcaría el comienzo de la lógica formal contemporánea. Desarrolla un primer sistema axiomático, plenamente simbolizado, consistente y completo, de lógica de primer orden aun antes de que se tuvieran las herramientas lógicas adecuadas para llevar a cabo la prueba de la completud de un sistema deductivo cualquiera. Bochénski, por ejemplo, no duda en comparar su primera obra lógica, el *Begriffsschrift,* con los *Primeros analíticos* y anota:

> El Begriffsschrift contiene toda una serie de perspectivas totalmente nuevas. Así, Frege es el primero en formular de manera clara la distinción entre variable y constante; el concepto de función lógica y el concepto de cuantificador; da una formulación notablemente más rigurosa a la teoría aristotélica de sistema axiomático, distingue cuidadosamente entre ley y regla, introduce la diferencia igualmente precisa entre lenguaje y metalenguaje...[9]

Sin embargo, la obra de Frege, a pesar de su gran valor, pasó casi inadvertida y transcurrieron casi veinte años antes de que Bertrand Russell llamara sobre ella la atención teniendo que pasar otros veinte hasta que Lukasiewicz pusiera de manifiesto con suficiente profundidad toda su riqueza y valor. Asimismo, propuso un método de cálculo de matrices para la lógica proposicional muy semejante al que se usa actualmente y desarrolló de manera axiomática la naciente teoría de conjuntos de George Cantor.

Con Giuseppe Peano (1858-1932), se cierra en cierto sentido la línea de desarrollo del cálculo lógico iniciada por el *Análisis matemático de la lógica* de George Boole. La expresión misma de “lógica matemática“ es introducida por primera vez en su obra *Principios de aritmética expuestos con un nuevo método,* que apareció en 1889, donde la utiliza no sólo a causa de hacer uso operacional de los símbolos, sino especialmente porque concibió la nueva lógica como un poderoso instrumento para la sistematización rigurosa del saber matemático.

9 BOCHÉNSKI, I. M., *Historia de la lógica formal,* Madrid, Gredos, 1966, p. 283.

La obra de Peano corona el desarrollo de la lógica en el siglo XIX. El significado histórico de su fundamentación de la aritmética —basada en las tres nociones primitivas de “número“, “cero“ y “sucesor“, así como sus cinco famosos axiomas— es considerable, pues con ella muestra de manera concreta cómo aplicar ese nuevo instrumento a la sistematización de las matemáticas. Había no sólo logrado un manual completo y riguroso de lógica matemática sino creado un simbolismo particularmente manejable y preciso que aún está vigente.

### Edad Contemporánea

Los trabajos de Frege y Peano fueron sistematizados y desarrollados por dos filósofos y lógicos ingleses: Bertrand Russell y Alfred North Whitehead, cuyos resultados fueron publicados en su obra monumental denominada *Principia Mathematica* (que consta de tres volúmenes: 1910, 1912 y 1913). Russell y Whitehead intentan evitar la paradoja en el sistema de Frege (la de las clases que no son miembros de sí mismas), llevando a cabo la tarea de mostrar que es posible derivar toda la matemática de la lógica. La obra de Russell y Whitehead debe situarse entre las mayores aportaciones que jamás se hayan hecho a la historia de la lógica. Concretamente, los *Principia Mathematica* son en muchos aspectos todavía hoy un tratado completo, minucioso y exacto de la lógica matemática.

Posteriormente, el matemático y lógico alemán David Hilbert —fundador de la escuela formalista— mostró que los defectos de esa obra se debían a la falta de rigor en el empleo del lenguaje y creó, con tal motivo, un método denominado *metamatemática*, cuyo objetivo es el estudio de las teorías matemáticas, aplicando los lenguajes lógicos que habían sido creados por Frege y Russell. El llamado “programa hilbertiano“ se puede resumir brevemente: todo el campo de la matemática clásica puede concebirse como formalizable en tres sistemas axiomáticos fundamentales, a saber: el de la aritmética, el del análisis y el de la teoría de los conjuntos. Ha dado origen a una serie de investigaciones notables, como las del filósofo y lógico austriaco Rudolf Carnap en el terreno de la *sintaxis lógica* y las del lógico y matemático polaco Alfred Tarski en el de la *semántica lógica*.

En su obra *La sintaxis lógica del lenguaje* Carnap sostiene la tesis de que la lógica de un lenguaje determinado se identifica con su sintaxis que, a su vez, es totalmente convencional, sin estar en ningún caso vinculada a los contenidos del discurso. Sin embargo, a sólo un año de distancia de su publicación aparecía en una revista filosófica un largo artículo del lógico polaco Alfred Tarski, titulado "El concepto de verdad en los lenguajes formalizados", que puede considerarse como el acta de nacimiento de la nueva semántica.[10]

En 1930, el joven austriaco Kurt Gödel, de 24 años, demostró en su tesis doctoral el teorema más importante de lógica matemática de este siglo, conocido como Teorema de las Proposiciones Indecidibles. En 1938, Claudio Shannon realizó la aplicación del álgebra de las proposiciones al diseño de circuitos eléctricos (conmutadores y *relays*), lo que constituye el aporte más importante a la construcción de las modernas computadoras electrónicas digitales.[11]

### Lógica clásica y lógica no-clásica

El panorama de la lógica que ha heredado el mundo actual se presenta enriquecido no sólo por el número de trabajos y resultados, sino también por el número de las áreas exploradas. Ha llegado a ser necesario ordenar y clasificar estos tipos de lógica, destacando en nuestro medio el esfuerzo ordenador de Francisco Miró Quesada Cantuarias para quien la lógica puede dividirse en clásica y heterodoxa o no-clásica.

De manera muy general la *lógica clásica*, según Francisco Miró Quesada, puede caracterizarse como aquella que es asertórica, es

[10] f. BLANCHÉ, Robert, *Introducción a la lógica contemporánea,* Buenos Aires, Carlos Lohlé, 1963, pp. 32-33.

[11] Cf. PISCOYA HERMOZA, Luis, *Lógica,* Lima, Facultad de Educación de la UNMSM, 1997, p. 297.

decir, proposicional; que tiene un lenguaje formal característico, esto es, uno de primer orden, y en la que son válidos los tradicionalmente denominados principios lógicos fundamentales: de identidad, no contradicción y tercio excluso.

La *lógica no-clásica* es definida, negativamente, como la que carece de alguna de estas tres características de la lógica clásica. No es asertórica, como es el caso de la lógica normativa; o tiene un lenguaje diferente del clásico, como es el de la lógica modal que hace intervenir operadores modales; finalmente, en ella no son válidos algunos de los principios lógicos fundamentales, como es el caso de las lógicas polivalentes, en que no rige, por ejemplo, el principio del tercio excluido; o en la lógica dialéctica, que omite el principio de no contradicción en su formulación tradicional.[12]

Así a partir de 1920, y sobre la base de la enorme influencia que el filósofo y lógico austriaco Ludwig Wittgenstein ejerce a través de su *Tractatus Logico-Philosophicus*, surgen y se desarrollan ciertos sistemas de lógica que se "separan", de diversos modos, de la lógica clásica. Es el caso de las *lógicas plurivalentes* o *polivalentes*, asociadas a nombres como los de Lukasiewicz y Post. Éstas, si bien incorporan el vocabulario de la lógica clásica, carecen por norma común de ciertas leyes, tales como la del tercio excluido "$p \vee \sim p$". Estas lógicas han sido ideadas gracias a dos tipos de motivación: el interés puramente matemático de ofrecer alternativas a la semántica bivalente de la lógica clásica de proposiciones; y la insatisfacción —de un interés más filosófico— con la imposición clásica de una dicotomía exhaustiva entre verdad y falsedad e, igualmente, respecto de ciertos teoremas o inferencias clásicas.

Otro caso es el de lógica *intuicionista*, creada por Brouwer y sistematizada por Heyting. Es una lógica no-clásica o divergente y no veritativo funcional que es de interés fundamentalmente filosófico y formal. Los intuicionistas (BROUWER, 1952; HEYTING, 1966) afirman que la lógica clásica es en cierto aspecto incorrecta. Consideran a la lógica como secundaria a la matemática, es decir,

[12] Cf. MIRÓ QUESADA CANTUARIAS, Francisco, "Las lógicas heterodoxas y el problema de la unidad de la lógica", en *Lógica, aspectos formales y filosóficos,* Lima, PUCP, 1978, pp. 33-44.

como un conjunto de principios descubiertos a posteriori para gobernar el razonamiento matemático. Esto es, obviamente, un reto a la concepción clásica de la lógica entendida como el estudio de principios aplicables a todo razonamiento sin tener en cuenta el contenido, y considerada como la teoría más general respecto de la cual incluso la matemática es secundaria. El rechazo del principio del tercio excluido es característico de la lógica intuicionista.

La *lógica modal* es otro ejemplo de lógica no-clásica, identificada con los trabajos de Lewis. Trabaja con razonamientos que involucran esencialmente los conceptos de “necesidad“ y “posibilidad“. Añade al vocabulario clásico los operadores uniposicionales “L” (que se lee “necesariamente”), y “M” (que se lee “posiblemente”), y el operador biposicional “⥽”, (que se lee “implica estrictamente”). Esta lógica fue tratada por Aristóteles y los lógicos medievales; en el presente siglo Hugh Mac Coll contribuyó con propuestas formales y filosóficas. Las primeras axiomatizaciones de lógica modal de oraciones fueron ofrecidas por Lewis en 1918. Lewis sostiene que la implicación material de la lógica clásica es totalmente inadecuada para la noción intuitiva de implicación, que requiere no sólo que *p* no sea verdadero y *q* falso sino que *p* no pueda ser verdadero y *q* falso. En consecuencia propuso que se debería introducir en la lógica de los *Principia* un nuevo operador para la implicación estricta, que podría definirse como “la necesidad de la implicación material“.[13]

Los profesores Richard Routley y Robert Meyer, de la Universidad Nacional de Australia, y el brasileño Newton da Costa han formulado un sistema de lógica que califican de dialéctico porque no excluye la contradicción y contiene variantes que incorporan el principio de negación de tal manera que éste exprese la idea de desarrollo. Da Costa creó un nuevo sistema de lógica, denominado actualmente *paraconsistente,* que ha despertado el interés de muchos lógicos contemporáneos.[14]

13 Cf. HAACK, Susan, *Filosofía de la lógica,* Madrid, Cátedra, 1978, pp. 199-200.

14 Cf. ALCHOURRÓN, Carlos, *op. cit.*, p. 67.

Consecuentemente como lo señala el profesor Luis Piscoya, de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, la concepción antagónica entre la lógica matemática y el pensamiento dialéctico es engañosa, pues es posible incorporar dentro de un sistema de lógica matemática la contradicción, como lo han demostrado, entre otros, da Costa y Routley. Tampoco es necesario pensar en dos lógicas completamente distintas, pues los métodos de la lógica matemática parecen lo suficientemente potentes como para expresar mediante sistemas axiomáticos algunos principios básicos de la dialéctica. Finalmente, cabe subrayar que lo dicho anteriormente no debe hacer pensar que se sugiera que los sistemas de lógica dialéctica son teorías acerca de la realidad, pues sería un craso error. Ellos son, como cualquier otro formalismo, lenguajes artificiales cuya peculiaridad es la de ser más compatibles con cierto tipo de filosofía.[15]

## Cuestionario N.º 2

1. ¿A quién se debe la sistematización de la lógica?
2. ¿Quiénes pueden ser considerados como los precursores de la actual lógica proposicional?
3. ¿Cuáles son los aportes de los megáricos a la lógica?
4. ¿Qué investigaciones en el ámbito de la lógica se llevaron a cabo durante la Edad Media?
5. ¿Quién es el precursor de la lógica matemática?
6. ¿Cuáles fueron los principales aportes de Leibniz a la lógica?
7. ¿En qué radica la importancia de la tarea desarrollada por George Boole y Augustus de Morgan?
8. ¿Quién es considerado el padre de la lógica matemática?
9. ¿Cuáles son los principales aportes de Giuseppe Peano a la lógica?
10. ¿Qué tarea llevan a cabo en la época contemporánea Bertrand Russell y N. Whitehead?
11. ¿Quién fue el fundador de la Escuela formalista?

[15] Cf. PISCOYA HERMOZA, Luis, *Investigación científica y educacional*, Lima, Amaru Editores, 1995, p. 66.

12. ¿En qué consiste el "Programa hilbertiano"?
13. ¿Cuál es el teorema más importante de lógica matemática de este siglo?
14. ¿Cómo caracteriza la lógica clásica Francisco Miró Quesada Cantuarias?
15. ¿Cómo define este mismo autor la lógica no-clásica o heterodoxa?
16. ¿Qué sistemas de lógica se separan de la lógica clásica?
17. ¿Qué innovaciones introducen las lógicas plurivalentes o polivalentes?
18. ¿En qué difiere la lógica paraconsistente de la lógica clásica?
19. ¿Qué rasgos caracterizan la lógica intuicionista?
20. ¿Cuáles son las características de la lógica modal?

**División de la lógica**

Como se dijo líneas arriba, la lógica de primer orden es la más versátil y aplicable, igualmente la más estudiada y mejor conocida. Su denominación proviene de que esta lógica hace uso de un lenguaje que sólo cuantifica las variables individuales, en tanto que se considera de segundo orden los lenguajes que, además, cuantifican a las variables predicativas. Comprende dos grandes capítulos: la lógica de proposiciones y la lógica de predicados.

a) La *lógica de proposiciones* estudia las relaciones formales extraproposicionales, es decir, aquellas relaciones existentes *entre* proposiciones y no las que se dan *dentro* de ellas. Se la denomina, también, lógica de las proposiciones sin analizar. Dispone de medios de análisis formal (lenguaje simbólico y métodos específicos) de las inferencias, y la validez de éstas se determina por las relaciones entre proposiciones consideradas como un todo, sin penetrar en su estructura interna.

Ejemplo de una inferencia:
Si eres fundamentalista, entonces eres fanático
Si eres fanático, entonces eres sectario
Luego, si eres fundamentalista, entonces eres sectario.

Formalización de la inferencia:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

p: eres fundamentalista
q: eres fanático
r: eres sectario

Análisis de la inferencia mediante el método analógico (aplicando la regla de inferencia del Silogismo Hipotético):

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \\ \hline \therefore A \rightarrow C \end{array} \qquad \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Respuesta: la inferencia es válida porque su forma lógica coincide exactamente con la estructura válida de dicha regla.

b) La *lógica de predicados* estudia fundamentalmente las relaciones estructurales existentes dentro de las proposiciones atómicas o simples. Es llamada, asimismo, lógica de las proposiciones analizadas. Su lenguaje y sus métodos se ocupan del análisis de las inferencias cuya validez se juzga en razón de la estructura interna de las proposiciones que las componen. La lógica de proposiciones está incluida en ella.

Ejemplo de una inferencia (silogismo):

Todos los abogados son profesionales
Todos los constitucionalistas son abogados

---

Luego, todos los constitucionalistas son profesionales.

Formalización de la inferencia:

| | *Notación* |
|---|---|
| $(\forall x)(Ax \rightarrow Px)$ | Ax: 'x' es abogado |
| $(\forall x)(Cx \rightarrow Ax)$ | Px: 'x' es profesional |
| | Cx: 'x' es constitucionalista |
| $\therefore (\forall x)(Cx \rightarrow Px)$ | |

Análisis de la inferencia mediante el método de la derivación con fórmulas cuantificadas:

*Notación*

EU: Ejemplificación Universal
SH: Silogismo Hipotético
GU: Generalización Universal

1. $(\forall x)(Ax \rightarrow Px)$
2. $(\forall x)(Cx \rightarrow Ax)$ / $\therefore (\forall x)(Cx \rightarrow Px)$
3. $Ax \rightarrow Px$ EU. (1)
4. $Cx \rightarrow Ax$ EU (2)
5. $Cx \rightarrow Px$ SH (3,4)
6. $(\forall x)(Cx \rightarrow Px)$ GU (5)

Respuesta: La validez de la inferencia ha quedado demostrada.

c) La lógica de relaciones es un caso particular de la lógica de predicados, es decir, cuando los predicados tienen más de un argumento.

d) La lógica de clases, en términos generales, es una versión extensional de la lógica de predicados. En efecto, si adoptamos los términos clásicos "extensión" y "comprensión", podemos decir que cada clase es la extensión de un predicado y que los predicados son clases vistas en su comprensión.

## Lógica, filosofía de la lógica, metalógica y semiótica

Mientras que la preocupación central de la lógica consiste en discriminar las inferencias válidas de las inválidas, y para ello los sistemas lógicos formales —tales como los conocidos cálculos de proposiciones y de predicados— le han suministrado un conjunto de reglas de validez precisas puramente formales, la tarea de la filosofía de la lógica consiste en investigar los problemas filosóficos suscitados por ella, como las cuestiones: ¿Qué quiere decir que es válido? ¿Qué quiere decir que una proposición se sigue de otra? ¿Qué quiere decir que una proposición es lógicamente verdadera? ¿Ha de ser explicada la validez de un razonamiento como "relativa a un sistema formal"? ¿Cómo se reconoce un razonamiento válido o una verdad lógica? ¿Qué sistemas formales se consideran sistemas de lógica y por qué?

Por esto la lógica no debe confundirse con otra disciplina que tiene por objeto estudiar los signos empleados por aquélla, así como las cuestiones que plantean los sistemas de tales signos: la metalógica. Esta última puede definirse como un lenguaje en el cual se habla del lenguaje lógico.

Así, cuando decimos: "No es verdad que Ayacucho sea la capital del Perú", formulamos una proposición negativa, es decir, perteneciente al lenguaje lógico. En cambio, cuando decimos: "'No' es una partícula que designa negación y que se antepone a una proposición", formulamos una proposición que pertenece a la metalógica, con ella decimos algo acerca del lenguaje de la lógica.

La diferencia entre lógica y metalógica es un caso ejemplar de la diferencia entre lo que se llama lenguaje y lo que se califica de metalenguaje. El primero es definido como el lenguaje que se habla; el segundo como el lenguaje en el cual se habla acerca del lenguaje que se habla. En otras palabras, el metalenguaje es un lenguaje que se usa para hablar de otro lenguaje llamado lenguaje objeto. Por ejemplo, las afirmaciones que hacemos en este libro sobre las propiedades de las proposiciones y de las inferencias son metalingüísticas y las proposiciones e inferencias mismas que usamos como ejemplos son parte del lenguaje objeto.

Una manera sencilla de construir el nombre de una proposición consiste en escribirla entre comillas simples. Por ejemplo: 'La Tierra es mayor que la Luna' es el nombre de La Tierra es mayor que la Luna. La primera expresión pertenece al metalenguaje de este texto y la segunda a su lenguaje objeto. Asimismo, se puede construir nombres de nombres, de predicados, etc. Por ejemplo: 'canario' es el nombre de canario e 'inteligente' es el nombre de inteligente. Pero no puedo decir que 'canario' es un pájaro, pero sí que 'canario' es trisilábica', pues en este caso no estoy hablando de un pájaro sino de la palabra misma.

Tal diferencia corresponde, además a la que se establece entre el uso y la mención de los signos. En el primer ejemplo, "No es verdad que Ayacucho sea la capital del Perú", el signo 'no' es usado; en el segundo, "'No' es una partícula que designa negación y que se antepone a una proposición", el mismo signo es mencionado. Ya el lenguaje ordinario establece tal diferencia, como cuando decimos: "Lima es la capital del Perú", donde 'Lima' es usado, o "'Lima' es un vocablo de cuatro letras", donde 'Lima' es mencionado. Las comillas simples en el segundo ejemplo sirven para subrayar que estamos frente a un caso de mención.

De lo expuesto se desprende que en todos los textos de lógica se insertan enunciados metalógicos y que de ordinario lógica y metalógica van aparejadas. Sin embargo, hay ciertos problemas tratados en tales libros que son específicamente metalógicos: son los que se refieren a la construcción de sistemas lógicos. Por ejemplo, el problema de saber si un sistema lógico es o no consistente es un problema fundamentalmente metalógico.

La esfera de la filosofía de la lógica está relacionada con la de la metalógica, pero es distinta de ella. La metalógica estudia las propiedades formales de los sistemas lógicos formales; por ejemplo, las pruebas o refutaciones de su consistencia, completud o decidibilidad. La filosofía de la lógica trata, asimismo, de cuestiones sobre estos sistemas, pero de orden filosófico más bien que puramente formales. Tratándose, por ejemplo de las relaciones entre el cálculo bivalente de proposiciones y el cálculo plurivalente, el filósofo querrá saber en qué sentido, si es que lo hay, las lógicas plurivalentes son alternativas a la lógica bivalente; si está uno obligado a elegir entre el cálculo plurivalente y el bivalente y, si es así, por qué razones o cuáles serían las consecuencias para el concepto de verdad si se adoptase un sistema plurivalente. Los resultados metalógicos pueden ayudar mucho a dar, por ejemplo, respuestas de este tipo: es presumible una condición necesaria aunque no suficiente para que una lógica plurivalente sea una alternativa: el que sea consistente. Una segunda diferencia es que la filosofía de la lógica no trata exclusivamente de cuestiones de lógica formal.[16]

Asimismo, la metalógica es una parte de la llamada semiótica o estudio general de los signos. La semiótica comprende tres distintas ramas de estudio: la sintaxis, la semántica y la pragmática. La sintaxis es el estudio puro de los signos y de las relaciones entre los signos; la semántica, el estudio de las relaciones entre los signos y objetos designados; y la pragmática, el estudio de las relaciones entre los signos y quienes los usan. Por este motivo, las cuestiones metalógicas suelen ser estudiadas desde el punto de vista sintáctico, semántico y pragmático.[17] Tanto la lógica como la metalógica son disciplinas formales. Asimismo, ambas son disciplinas de carácter deductivo.

Sería pertinente señalar que en el ámbito de la semántica se distingue entre el designado de un signo lingüístico y su denotado. Se denomina designado al conjunto de características o rasgos definitorios a que se refiere el signo. Así, la palabra ‘silla’ tiene como designado el conjunto de caracteres que definen a una silla como tal, a saber, el de ser un adminículo con respaldo, tener cuatro patas o algún apoyo que la una al suelo, y servir, fundamentalmente, para sentarse. El denotado, por su parte, es el conjunto de todas las entidades que poseen las características comprendidas en el designado. De este modo, el denotado de la palabra ‘silla’ está dado por todas las entidades denominadas sillas.

[16] Cf. HAACK, Susan, *op. cit.*, pp. 21-22.

[17] Cf. FERRATER MORA, José, *Qué es la lógica*, Buenos Aires, Columba, 1965, pp. 20-21.

## Cuestionario N.º 3

1. ¿Cómo se divide la lógica de primer orden?
2. ¿Qué estudia la lógica de proposiciones?
3. ¿Qué estudia la lógica de predicados?
4. ¿Qué es la lógica de relaciones?
5. ¿Qué es la lógica de clases?
6. ¿Qué diferencia hay entre lógica y filosofía de la lógica?
7. ¿Qué diferencia existe entre lógica y metalógica?
8. ¿Qué diferencia existe entre lenguaje y metalenguaje?
9. ¿Qué diferencia existe entre uso y mención de los signos?
10. ¿Qué es la semiótica y qué ramas de estudio comprende?

## Pensamiento y lenguaje

El pensamiento, en el sentido más amplio, es cualquier proceso mental que se produce en la conciencia de los hombres y de manera rudimentaria en los animales. El concebir, juzgar, razonar, imaginar, recordar, incluso el querer y sentir, son ejemplos de formas de pensamiento. En el sentido más propio y restringido, el pensamiento es sinónimo de inteligencia, razón o entendimiento.

El pensamiento es una de las manifestaciones más importantes de nuestra conciencia. Gracias a él es posible la comprensión del mundo, la captación de objetos presentes o ausentes, la aprehensión de relaciones y entidades abstractas y la formación de representaciones no sensibles de ellos. Las ciencias, la filosofía y el conocimiento en general no podrían existir al margen del pensamiento.[18]

Sin embargo, para conocer no basta pensar. Es necesario al mismo tiempo fijar y comunicar nuestros pensamientos a los demás. Y esto sólo es posible en virtud del lenguaje. En el sentido más amplio, el lenguaje es cualquier medio de comunicación interpersonal y empleado por algunos animales. En un sentido restringido, el lenguaje es un sistema convencional de signos regulado por

[18] Cf. LALANDE, André, *op. cit.*, p. 750.

reglas sintácticas y que sirven al hombre como instrumento de comunicación. Es el medio de expresión del pensamiento, es decir, su forma de existencia. También es el medio más eficaz para fijar, conservar y transmitir los conocimientos acumulados de generación en generación. Si no fuera por el lenguaje se hubiera perdido irremediablemente la valiosa experiencia de muchas generaciones y cada nueva generación se hubiera visto forzada a empezar de nuevo el difícil proceso del estudio del mundo.

El lenguaje, a decir de E. Sapir, es un método exclusivamente humano y no instintivo, de comunicar ideas, emociones y deseos por medio de un sistema de símbolos producidos de manera deliberada. Estos símbolos son, ante todo auditivos, y son producidos por los llamados "órganos del habla". Asimismo, sostiene que la comunicación, humana y animal (si acaso se puede llamar "comunicación"), producida por gritos involuntarios instintivos, nada tiene de lenguaje en el sentido en que este autor lo entiende.[19]

Con respecto del lenguaje, dice F. Saussure, hay que colocarse desde el primer momento en el terreno de la lengua y tomarla como norma de todas las otras manifestaciones del lenguaje. Pero, ¿qué es la lengua?, según este autor, la lengua no se confunde con el lenguaje: la lengua no es más que una determinada parte del lenguaje, aunque esencial. La lengua es un sistema de signos que expresan ideas, y por eso comparable a la escritura, al alfabeto de los sordomudos, a los ritos simbólicos, a las formas de cortesía, a las señales militares, etc. Sólo que es el más importante de todos esos sistemas.[20]

Augusto Salazar Bondy, deja entrever, aunque sin tratarlo directamente, la posibilidad de la existencia del lenguaje entre los animales.[21] Igualmente, H.G. Gadamer manifiesta que, en el sentido más amplio, el lenguaje refiere a toda comunicación, no sólo al habla, sino también a toda la gesticulación que entra en juego en el trato lingüístico de los hombres. Hay también el denominado

[19] SAPIR, E., *El lenguaje,* Méjico, Fondo de Cultura Económica, 1980, pp. 14-15.

[20] SAUSSURE, Ferdinand de, *Curso de lingüística general*, Bueno Aires, Losada, 1945, pp. 51-60.

[21] SALAZAR BONDY, Augusto, *Iniciación filosófica,* Lima, Arica, 1969, p. 117.

lenguaje de los animales. Sin embargo, sostiene, éste es un tema aparte.[22]

El pensamiento y el lenguaje se hallan íntimamente unidos, pero de esto no se deduce que sean idénticos entre sí. Se diferencian en que el primero aprehende el mundo, mientras que el segundo es sólo un medio para expresar y fijar las ideas, es decir, un instrumento que permite comunicar nuestros pensamientos a otros hombres.[23]

El lenguaje tuvo inmensa importancia para la formación del pensamiento. Surgió con él y ayudó al hombre a separarse del reino animal y desarrollar su inteligencia. Gracias a la facultad de comunicarse, los pensamientos no sólo se forman, sino que también se trasmiten a los demás. Es imposible separar el pensamiento del lenguaje. El pensamiento no existe de otro modo que en la envoltura material del signo, especialmente en la palabra. Mientras se halla en la cabeza del hombre el pensamiento está muerto, es decir, es inaccesible para otros hombres; al ser expresado se hace real.

El pensamiento es propio del hombre, aunque, como ya se dijo, su forma más elemental se da también en los animales. Pero el pensamiento abstracto, es decir, mediante conceptos y expresado con palabras, es privativo del hombre. Y el hombre piensa porque tiene un cerebro desarrollado. El pensamiento es producto de la actividad del cerebro. Sin embargo, no es un resultado de la actividad aislada de un cerebro humano. El pensamiento tiene un carácter social, es un producto de la relación social. Surge como resultado de la vida de los hombres en sociedad, surge en el proceso de la actividad productiva de los hombres. Gracias al trabajo aparecieron el pensamiento y el lenguaje en el hombre

La vida de los hombres en sociedad tiene importancia decisiva para explicar el origen, desarrollo y existencia misma del pensamiento. Fuera de la colectividad humana no hay pensamiento.

[22] GADAMER, H. G., *Arte y verdad de la palabra*, Barcelona, Paidós, 1998, pp.131-132.

[23] Cf. MIRÓ QUESADA CANTUARIAS, Francisco, *Lógica*, Santa Rosa, Universo, 1962, pp. 217-219.

Éste es producto de la sociedad, tanto por las particularidades de su origen como por la manera de funcionar y por sus resultados. Ello se explica por el hecho de que existe sólo en indisoluble unión con el trabajo y con el habla, que se dan exclusivamente en la vida gregaria humana. También el lenguaje es un fenómeno social. Tiene carácter social, surge de la necesidad sentida por los miembros de un grupo, y de diversos grupos, de relacionarse entre sí cuando viven juntos, especialmente en cuanto productores, por el trabajo, de bienes necesarios y, por lo tanto, intercambiadores de valores. Esta necesidad imperiosa transformó la garganta rudimentaria del mono en un órgano capaz de controlar la articulación de sonidos. De esta manera surge el habla articulada, esto es, el lenguaje.[24]

El hombre goza de varias ventajas sobre los animales; por ejemplo, el fuego, el vestido, la agricultura y las herramientas. Pero la más importante de todas estas ventajas es el lenguaje. Los sonidos que profieren los animales tienden a expresar emociones: braman por miedo, rugen por placer por el descubrimiento de alimento, influyendo por medio de estos sonidos en las acciones de los otros animales, pero no dan la impresión de poder expresar algo distinto de sus vivencias momentáneas ni otro tipo de experiencia. Por lo tanto, el lenguaje —en sentido restringido, como ya se ha señalado— es una prerrogativa humana y, probablemente, el principal hábito en el que nos mostramos superiores a los animales, remontándonos evolutivamente sobre la mudez del mundo animal.[25]

### Lógica y lenguaje: funciones básicas del lenguaje

Toda ciencia (por ejemplo la lógica), como sistema de conocimientos, se configura y objetiva en el lenguaje. Consecuentemente, la caracterización de la lógica como ciencia formal supone un examen de su lenguaje.

[24] Cf. ROSENTAL y IUDIN, *Diccionario filosófico,* Rosario-Argentina, Ediciones Universo, 1973, pp. 355-357.

[25] Cf. RUSSELL, Bertrand, *Fundamentos de Filosofía,* Barcelona, Plaza & Janes, S.A. Editores, 1974, p. 10.

Siguiendo el esquema trazado por Charles Morris, en *Fundamentos de la teoría de los signos*, pueden distinguirse tres dimensiones en el lenguaje: el sentido de los signos —tema específico de la semántica—, la interconexión de los signos entre sí —objeto de la sintaxis, íntimamente vinculada con la lógica— y el contexto personal y social del uso del lenguaje-cometido de la pragmática.

Estas tres dimensiones del lenguaje se interrelacionan entre sí. En virtud de esto, el sentido de las palabras y oraciones se halla determinado en mucho por las relaciones sintácticas entre los signos y por las implicancias subjetivas y sociales del habla. De otro lado, las conexiones entre los signos de un lenguaje determinado, así como su fuerza y eficacia pragmáticas, dependen del sentido. Igualmente, el uso, que es siempre un funcionar de los signos en circunstancias concretas, consagra reglas y principios de construcción y transformación.

En lo que atañe a este punto del libro dirigiremos nuestra atención a la dimensión semántica (del sentido o significación del lenguaje). El sentido de una oración es fundamental. Desde esta perspectiva, el lenguaje cumple básicamente tres funciones: informativa, expresiva y directiva.

El lenguaje cumple una función informativa (llamada también enunciativa, referencial o descriptiva) cuando es utilizado para comunicar algo a otras personas, informar sobre el mundo y los hechos, describir las cosas y sus propiedades o para explicar los fenómenos o hechos del mundo. Gracias a ella, nuestro lenguaje es capaz de formular conocimientos y de transmitirlos. Por ejemplo, cuando pronunciamos la oración 'Los alumnos que están reunidos en el pasillo hacen mucho ruido', por el sentido que ella tiene podemos informar a quienes nos escuchan que hay alumnos en el pasillo y que están haciendo ruido. Éstos son los hechos del mundo a los cuales es remitido quien escucha y entiende nuestro lenguaje.

Cumplen esta función todas las oraciones aseverativas o declarativas, es decir, aquellas que afirman o niegan algo. La ciencia nos ofrece los ejemplos más claros del lenguaje cumpliendo esta función. Ejemplos:

a) La energía es materia disipada.
b) El número 2 es par y primo a la vez.
c) La lógica es una ciencia formal y la física es una ciencia factual.

El lenguaje cumple una función expresiva cuando es empleado para poner de manifiesto lo que ocurre en nuestro psiquismo y exteriorizar nuestros sentimientos o las vivencias que experimentamos; o también para expresar un estado de ánimo, una actitud o vivencia interior. Esto puede suceder sin que el sujeto lo note o piense en ello; pero también puede producirse interviniendo él consciente y deliberadamente. Si, por ejemplo, un profesor usa en clase nuestra oración ‘Los alumnos que están en el pasillo hacen mucho ruido’, puede hacerlo sin darse cuenta de que está exteriorizando un sentimiento de desagrado, pero también con la conciencia y el propósito de hacerlo notar.

Cumplen esta función las oraciones desiderativas, es decir, aquellas que expresan el deseo de que un hecho tenga o no lugar y, en general, las oraciones exclamativas o admirativas, es decir, las que expresan la sorpresa o admiración que nos causa algo. La poesía nos suministra los mejores ejemplos del lenguaje cumpliendo la función expresiva. En efecto, el poeta no trata de comunicar conocimientos, sino sentimientos y actitudes. A través de sus versos él intenta plasmar ciertas emociones que experimenta, pero no transmitir ninguna información. Ejemplos:

d) Si yo volase tan alto.
e) ¡Qué felices son!
f) Juventud, divino tesoro,
¡ya te vas para no volver!
Cuando quiero llorar, no lloro,
y a veces lloro sin querer...

(Rubén Darío. *Canción de otoño en primavera*)

El lenguaje cumple una función directiva (denominada también función operativa) cuando es utilizado para originar o impedir una acción manifiesta, provocar ciertas reacciones o cambios en la conducta de las personas, orientarlas, entusiasmarlas o sugestionarlas. Volviendo a nuestro ejemplo, decir que los alumnos están haciendo ruido en el pasillo es una manera de inducirlos a callar, además de ser una manera de referirse al mundo y de exteriorizar estados de ánimo. En la función directiva u operativa, las palabras se convierten en instrumentos de acción, medios de que nos valemos para operar sobre el mundo. De allí que podamos hablar de una función operativa del lenguaje.

Cumplen esta función las oraciones exhortativas o imperativas, es decir, aquellas que indican exhortación, mandato o prohibición, y las oraciones interrogativas, esto es, las que sirven para formular preguntas.[26] Ejemplos:

g) Amarás al señor tu Dios sobre todas las cosas.
h) Nadie será perseguido en razón de sus ideas.
i) ¿Qué hora es?

Hasta aquí hemos presentado ejemplos del lenguaje cumpliendo sus tres funciones básicas por separado. Sin embargo, en la mayoría de los casos el lenguaje cumple una función múltiple o mixta cuando sus funciones básicas se presentan conjugadas, vinculadas o interrelacionadas. Ejemplos:

j) Me va a pasar algo.
k) Me desagrada oír su voz.

En ‘j)’ se comunica asertóricamente el hecho de que algo ha de acontecer al sujeto, por ejemplo, un ataque; es decir, en ‘j)’ se cumple la función informativa del lenguaje. Pero igualmente, en ‘j)’ se quiere significar que el sujeto no tiene confianza en su propia seguridad, cumpliendo la función expresiva; además, 'j)' refiere a un contexto de solidaridad humana, funcionando también de modo exhortativo.

[26] Cf. COPI, Irving, *op. cit.*, pp. 47-54.

Asimismo, en ‘k)’ se denota un hecho, es decir, hay información; además, se expresa la causa de la molestia, y con esto, irritación, adquiriendo un matiz expresivo; y, finalmente, se invoca a eludir tal situación, con una clara intención imperativa. Ambas expresiones, ‘j)’ y ‘k)’, reúnen estas tres funciones claramente diferenciables al análisis.

## Cuestionario N.º 4

1. En el sentido más amplio, ¿qué es el pensamiento?
2. En el sentido más restringido, ¿qué se entiende por pensamiento?
3. ¿Qué es el lenguaje en sentido amplio?
4. ¿Qué es el lenguaje en sentido restringido?
5. ¿Considera plausible el punto de vista asumido por Sapir con relación al lenguaje?
6. ¿Qué comentario le sugiere la opinión de F. Saussure con respecto al lenguaje?
7. ¿Qué piensa acerca de la posibilidad dejada entrever por H.G. Gadamer y A. Salazar Bondy sobre la existencia del lenguaje entre los animales?
8. ¿Cuál es la relación entre lenguaje y pensamiento?
9. ¿Cuál es la importancia que adquieren el lenguaje y el pensamiento en el contexto humano?
10. ¿Por qué tanto el pensamiento como el lenguaje tienen un carácter social?
11. ¿Qué relación existe entre las tres dimensiones del lenguaje señaladas por Charles Morris?
12. ¿Cuáles son las funciones básicas del lenguaje?
13¿Cuándo el lenguaje cumple una función informativa y en qué tipo de oraciones se expresa ésta?
14. ¿Por qué en las ciencias el lenguaje cumple exclusivamente una función informativa?
15. ¿Cuándo el lenguaje cumple una función expresiva y en qué tipo de oraciones se expresa ésta?
16. ¿Qué función cumple básicamente el lenguaje en el ámbito de la creación literaria?

17.¿Cuándo el lenguaje cumple una función directiva y en qué tipo de oraciones se expresa ésta?
18. ¿Qué función cumple el lenguaje en las normas legales y morales?
19. ¿Cuándo el lenguaje cumple una función mixta?
20. ¿Qué función cumple básicamente el lenguaje en los diarios y revistas?

**Ejercicio N°. 1**
**Usos de la palabra 'lógica'**
**En el lenguaje coloquial**

1. Señale de qué modo (como sustantivo, adjetivo o adverbio) es usado el término 'lógica' e indique su significado en los siguientes textos:

a) En esos encuentros imaginarios había analizado diferentes posibilidades. Conozco mi naturaleza y sé que las situaciones imprevistas y repentinas me hacen perder todo sentido, a fuerza de atolondramiento y timidez. Había preparado, pues, algunas variantes que eran lógicas o por lo menos posibles. No es lógico que un amigo íntimo le mande a uno un anónimo insultante, pero todos sabemos que es posible. (E. Sábato, *El túnel*.)
b) Y tanta es la premura que el alcalde de Miraflores Germán Kruger inauguró el viernes una obra inconclusa, aunque suene ilógico. (*El Comercio*, 18- 08- 02, p. 22)
c) Yo, con sólo mirarla, me doy cuenta de que el mal está empezando. No es nada preciso, no hay un síntoma claro, una evidencia objetiva; tampoco una lógica, un motivo, una causa concreta que lo origine. (G. Polarollo, *Atado de nervios*.)
d) Hace poco nos enteramos de que en el Congreso se iba a eliminar la Comisión de Cultura, arrumando ésta en el furgón de cola de otra comisión. Felizmente prevaleció la lógica y no se deshizo con una mano lo que se había hecho con la otra. La Comisión de Cultura todavía existe. (*El Dominical* del diario *El Comercio*, 18-08- 02, p. 19.)

e) Los resultados estadísticos pueden ser considerados lógicamente válidos... (*La Razón*, 16- 07- 02, p. 13.)
f) La trampa lógica por la cual todo el que se lanza contra Toledo es un amigo de la oposición democrática viene avanzando peligrosamente. (*La República*, 22-08-02, p. 7.)
g) En la sierra es lógico que el líder decida todo sin pedir opinión de nadie y mucho menos a una mujer; si a ello sumamos la ignorancia tenemos un modelo de atraso social. (*Somos* de *El Comercio*, año XV, N.º 820, 2002.)
h) Los hombres adoran los razonamientos abstractos y las sistematizaciones bien elaboradas, a tal punto que no les molesta deformar la verdad, cierran los ojos y los oídos a todas las pruebas que los contradicen con tal de conservar sus construcciones lógicas. (F. Dostoievski, *Memorias del subsuelo*.)
i) "No pretendo afirmar que universos como el nuestro se den de manera frecuente, simplemente afirmo que la frecuencia esperada no es cero", dijo Tryon. "La lógica de la situación dicta, no obstante, que los observadores siempre se encuentran en universos capaces de generar vida, y tales universos son impresionantemente grandes". (J. Gribbin, *En busca del gato de Schrödinger*.)
j) Le escribió: "pero la melancolía me invade con gran fuerza, y cuanto más se normaliza mi salud, cuanto más puedo pensar con frialdad y lógica, tanto más demencial me parece que siga fabricando cuadros que nos cuestan tanto y no aportan nada". (H. Frank, *Van Gogh*)
k) Aunque ha "encontrado a María" por casualidad, atribuye el encuentro a la causalidad de su "capacidad lógica", pero inmediatamente ante el miedo ilógico de perderla se da cuenta de su desorientación... (S. Sauter, "Introducción a *El túnel*").
l) Un piloto de una aerolínea comercial sostuvo a Correo lo siguiente: "Si hubo poca visibilidad el comandante de la nave debió regresar y evitar el aterrizaje. Lo lógico era no continuar con el vuelo" (*Correo*, 12-01-2003).
m) El concepto de etnicidad que opera en la novela presupone una relación de causalidad entre los orígenes y el estado actual de

los comportamientos sociales. Los "defectos" a los cuales alude Abbadon el exterminador encuentran ahí su explicación lógica (E. Castillo Durante, *Los vertederos de la postmodernidad*).

n) No sé quiénes tenían que esperar en Jerusalén, quizá un grupo de templarios supervivientes y disfrazados, o unos cabalistas vinculados con los portugueses, pero seguro que para llegar a Jerusalén desde Alemania el camino más lógico es el de los Balcanes, donde esperaba el quinto grupo, el de los paulicianos ( H. Eco, *El péndulo de Foucault*).

ñ) Castel menciona la noticia de una instancia inexplicable lógicamente, pero que constata la degradación de la conciencia humana contra su propia especie (S. Sauter, "Introducción a*El túnel*").

## Ejercicio N°. 2
## Reconocimiento de enunciados según su relación con las ramas de la semiótica

1. Indique a qué rama de la semiótica pertenecen los siguientes enunciados y explicar por qué, teniendo en cuenta el siguiente ejemplo:

'Los escolares usan insignias en el pecho que indican a qué colegio asisten.'

Respuesta: Este enunciado pertenece a la pragmática, pues hace referencia al uso de insignias como signo.

a) Las palabras graves llevan acento ortográfico sólo cuando terminan en una consonante que no sea "n" o "s".

b) Los alemanes pronuncian la "r" con un fuerte tono gutural.

c) La palabra inglesa "end" significa "fin" en español.

d) Las mujeres hindúes después de casarse usan una pequeña marca circular de color rojo en la frente.

e) En el compás de cuatro cuartos un silencio de blanca significa la interrupción del sonido del instrumento o de la voz durante medio compás.

f) La palabra “que” tiene valor de pronombre relativo cuando forma parte de una oración subordinada adjetiva.
g) El bajo nivel de hemoglobina en la sangre es señal de anemia.
h) La palabra “lima” tiene diversos significados según el contexto en que se la use.
i) “Teherán es la capital de Irán” es una proposición verdadera.
j) La aparición de colores intensos en algunos animales indica que éstos se encuentran en su periodo de apareamiento
k) Las palabras esdrújulas llevan el acento prosódico en la antepenúltima sílaba.
l) Los ingleses y los franceses pronuncian algunas consonantes de manera muy distinta.
m) La alarma indica que hay peligro de incendio en el edificio.
n) Las corcheas son más breves que las blancas.
ñ) Los estandartes en los desfiles o paradas militares se utilizan para identificar la procedencia de cada uno de los grupos.
o) En algunas tribus, cierto tipo de peinado es signo de que las mujeres que lo usan son solteras.
p) Los uniformes permiten reconocer a qué institución militar pertenece el que lo usa y cuál es su grado.
q) Después de la luz verde de un semáforo se enciende la amarilla y luego la roja.
r) Cuando suenen dos timbres consecutivos se podrá ingresar en el comedor.
s) Los operadores lógicos diádicos tienen mayor jerarquía que el operador monádico.

## Ejercicio N.º 3
## Funciones del lenguaje

1. Distinga las funciones básicas del lenguaje en los siguientes textos, y precise los casos de función múltiple.

a) La defensa de la persona humana y el respeto de su dignidad son el fin supremo de la sociedad y del Estado. (*Constitución Política del Perú*, Art. 1°.)

b) Todos ustedes deben hacer lo mismo que Humberto Grieve. Deben ser buenos alumnos como él. Deben estudiar y ser aplicados como él. Deben ser serios, formales y buenos niños como él. (César Vallejo, *Paco Yunque*.)

c) Los preparativos para la fiesta de quince años de Zaraí Toledo están a la orden del día en Piura. El vestido, el local, el buffet, las bebidas y los invitados. Zaraí quiere algo sencillo y de paso deja las puertas abiertas para que concurra su padre a lo que será su fiesta del ensueño. (*La Republica*, 14-12-2003.)

d) Si eres un bien arrebatado al cielo / ¿por qué las dudas, el gemido, el llanto / la desconfianza, el torcedor quebranto / las turbias noches de febril desvelo? (Manuel González Prada, *El amor*.)

e) No hay dinero, no hay nada por ahora. Cálmate, Garmendia. Con el tiempo se te pagará. (Ciro Alegría, *Calixto Garmendia*.)

f) El funcionario público que, abusando de sus atribuciones, comete y ordena, en perjuicio de alguien, un acto arbitrario cualquiera, será reprimido con pena privativa de libertad no mayor de dos años. (*Código Penal Peruano,* Art. 376°.)

g) Admitir que la no-verdad es condición de la vida: esto significa, desde luego, enfrentarse de modo peligroso a los sentimientos de valor habituales; y una filosofía que osa hacer esto se coloca, ya sólo con ello, más allá del bien y del mal.(F. Nietzsche, *Más allá del bien y del mal*.)

h) No quiero abrazos ni chacta. Que vengan aquí todos los yayas desarmados y, a veinte pasos de distancia, juren por nuestra jirca que me dejarán partir sin molestarme. (Enrique López Albújar, *Ushanan jampi*.)

i) Aprovecha ahora que eres joven para sufrir todo lo que puedas, que estas cosas no duran toda la vida. (Gabriel García Márquez, *El amor en los tiempos del cólera*.)

j) Lloraban mis hermanas, y la más pequeña, Jesús, me dijo en secreto, antes de salir: —Oye, anda junto con él. Cuídalo... ¡pobrecito! (Abraham Valdelomar, *El Caballero Carmelo*.)

k) Obra de manera tal que la máxima de tu voluntad pueda siempre valer como principio de una legislación universal. (Immanuel Kant, *Crítica de la razón práctica*.)

l) No levantéis rumores contra mí, atenienses; concededme lo que os pedía, paciencia, que más ganaréis teniéndola. (Platón, *Apología de Sócrates*.)

m) 'El mundo es mi representación': esta verdad es aplicable a todo ser que vive y conoce; aunque sólo al hombre le sea dado tener conciencia de ella; llegar a conocerla es poseer el sentido filosófico. (A. Schopenhauer, *El mundo como voluntad y representación*.)

n) Las conjunciones adversativas más empleadas son 'pero' y 'sino'. Variante de la primera, reducida hoy a la lengua escrita, es 'mas'. (Real Academia Española, *Gramática de la lengua española*.)

ñ) No diga, señor Subprefecto; su antecesor era limeño de pura cepa, y gozaba como pagado. Usted perdone, pero como un chancho gozaba. ¡Había que ver! (José María Arguedas, *Yawar fiesta*.)

o) Pido permiso para retirarme. Sí, sí, me voy, me voy porque esta conversación está resultando demasiado fatigosa para mí. Sí, señores, estoy agotado de oír hablar de carreras y de trabajo. (Alfredo Bryce Echenique, *No me esperen en abril*.)

p) Bajo la denominación de Dios comprendo una substancia infinita, independiente, que sabe y puede en el más alto grado, y por la cual he sido creado yo mismo con todo lo demás que existe, si es que existe algo más. Todo lo cual es de tal género que cuanto más diligentemente lo considero, tanto menos parece haber podido salir sólo de mí. De lo que hay que concluir que Dios necesariamente existe. (R. Descartes, *Meditaciones metafísicas*.)

q) Piensa y verás. Acuérdate cómo es el cuadro y cómo eres tú. No te creo que no caigas: ¡Si es facilísimo! Adivina y te daré un premio, madrastra. (Mario Vargas Llosa, *Elogio de la madrastra*.)

r) Pasada una semana, los ciegos malvados mandaron aviso de que querían mujeres. Así, simplemente, tráigannos mujeres. (José Saramago, *Ensayo sobre la ceguera*.)

s) Mi abuela, en efecto, llevaba no una falda, sino cuatro, una encima de la otra. Y no es que llevara una falda y tres enaguas, no, sino que llevaba cuatro verdaderas faldas: una falda llevaba a la otra, pero ella llevaba las cuatro juntas conforme a un sistema que cada vez las iba alternando por orden. (Günter Grass, *El tambor de hojalata*.)

# Primera parte

# LÓGICA DE PROPOSICIONES

## Idea de lógica de proposiciones

La lógica de proposiciones es la parte más elemental de la lógica moderna o matemática. En esta primera parte de la lógica, las inferencias se construyen sin tomar en cuenta la estructura interna de las proposiciones. Sólo se examinan las relaciones lógicas existentes entre proposiciones consideradas como un todo, y de ellas sólo se toma en cuenta su propiedad de ser verdaderas o falsas. Por esta razón emplea sólo variables proposicionales.

La lógica de proposiciones estudia las relaciones formales extraproposicionales, es decir, aquellas relaciones existentes entre proposiciones y no las que se dan dentro de ellas. Se la denomina, también, lógica de las proposiciones sin analizar. Dispone de medios de análisis formal de las inferencias (lenguaje simbólico y métodos específicos), y la validez de éstas se determina por las relaciones entre proposiciones consideradas como un todo, sin penetrar en su estructura interna.

## Concepto de proposición

El lenguaje, en sentido estricto, es un sistema convencional de signos, es decir, un conjunto de sonidos y grafías con sentido, sujeto a una determinada articulación interna. Sirve para afirmar o negar (oraciones aseverativas o declarativas); expresar deseos (oraciones desiderativas); formular preguntas (oraciones interrogativas); expresar sorpresa o admiración (oraciones exclamativas o admirativas) e indicar exhortación, mandato o prohibición (oraciones exhortativas o imperativas).

De todas estas clases de oraciones la lógica sólo toma en cuenta las declarativas o aseverativas, las únicas que pueden constituir proposiciones, según cumplan o no determinados requisitos.

La proposición es una oración aseverativa de la que tiene sentido decir que es verdadera o falsa. Ejemplos:

a) Dolly fue la primera oveja clonada.
b) El átomo es una molécula.

'a)' y 'b)' son ejemplos de proposiciones, porque tiene sentido decir que 'a)' es verdadera y que 'b)' es falsa. En consecuencia, la verdad y la falsedad son sus propiedades, es decir, sólo las proposiciones pueden ser verdaderas o falsas

## Expresiones lingüísticas que no son proposiciones

Todas las proposiciones son oraciones, pero no todas las oraciones son proposiciones. En efecto, las oraciones interrogativas, las exhortativas o imperativas, las desiderativas y las exclamativas o admirativas no son proposiciones porque ninguna de ellas afirma o niega algo y, por lo tanto, no son verdaderas ni falsas. Asimismo, las oraciones dubitativas, así como los juicios de valor —no obstante afirmar algo— no constituyen ejemplos de proposiciones, pues su verdad o falsedad no puede ser establecida. Ejemplos:

c) El cuadrilátero es un polígono de cuatro lados.
d) ¿Qué es la lógica?
e) Debemos honrar a nuestros héroes.
f) Sea en hora buena.
g) ¡Por Júpiter! ¡Casi me saco la lotería!

h) Quizá llueva mañana.

i) Valentín es bueno.

'c)' es proposición porque es una oración aseverativa verdadera; 'd)' no es proposición porque es una oración interrogativa; 'e)' no es proposición porque es una oración imperativa o exhortativa; 'f)' tampoco es proposición porque es una oración desiderativa, 'g)' no es proposición porque es una oración exclamativa o admirativa, 'h)' no es proposición porque es una oración dubitativa, y finalmente, 'i)' no es proposición porque constituye un juicio de valor.

Finalmente, toda proposición es una oración aseverativa, pero no toda oración aseverativa es una proposición. Ejemplos:

j) El triángulo es inteligente.

k) Eduardo es un número racional.

l) $x + 3 = 5$

m) a es la capital del Perú.

'j)', 'k)', 'l)' y 'm)' son ejemplos de oraciones aseverativas, mas no de proposiciones. 'j)' e 'k)' son expresiones lingüísticas que tienen apariencia de proposiciones, pero que realmente no lo son porque no tiene sentido decir de ellas que son verdaderas o falsas. Son pseudoproposiciones, es decir, falsas proposiciones. 'l)' y 'm)' son también ejemplos de oraciones aseverativas, pero no de proposiciones; no son verdaderas ni falsas porque en ellas figura una o más letras sin interpretar, son ejemplos de funciones proposicionales.

n) El principal sospechoso de los atentados del 11 de setiembre de 2001 en los Estados Unidos.

o) El actual Presidente de la República del Perú.

'n)' y 'o)' no son proposiciones; son descripciones definidas, es decir, frases especiales que pueden ser reemplazadas por nombres propios. 'n)' puede ser sustituida por Osama bin Laden y 'o)' por Alejandro Toledo.

p) ‘La realidad es duración’ (Bergson).

q) ‘La materia se mueve en un ciclo eterno’ (Engels).

r) ‘Las condiciones de posibilidad de la experiencia en general son al mismo tiempo las de la posibilidad de los objetos de la experiencia’ (Kant).

s) ‘Considera bien quién eres. Ante todo, un hombre, es decir, un ser para el que nada existe más importante que su propia capacidad de opción’ (Epicteto).

t) ‘Filosofar (...) es el extraordinario preguntar por lo extra-ordinario’ (Heidegger).

u) ‘Nunca filósofo alguno ha demostrado algo. Toda pretensión es espuria. Lo que tengo que decir es simplemente esto: los argumentos filóficos no son deductivos, por lo tanto no son rigurosos, por lo que nada prueban; sin embargo, tienen fuerza’ (F. Waismann).

v) La ciencia y la religión son, ambas, vías respetables para adquirir creencias respetables, no obstante tratarse de creencias que son buenas para propósitos muy diferentes (R. Rorty).

‘p)’, ‘q)’, ‘r)’, ‘s)‘, ‘t)’, ‘u)’ y ‘v)’ no son proposiciones, sino filosofemas, es decir, enunciados filosóficos. Ninguna de ellos puede calificarse de verdadero o falso. Su verdad o falsedad no puede ser establecida lógica o empíricamente. En filosofía no hay verdades, pues los enunciados filosóficos o filosofemas sólo expresan opiniones racionalmente fundamentadas.

En conclusión:

Para que una expresión lingüística sea proposición debe cumplir con los siguientes requisitos:

1) Ser oración.
2) Ser oración aseverativa, y
3) Ser o bien verdadera o bien falsa.

Por esto, no son ejemplos de proposiciones:

1) Las oraciones interrogativas, imperativas o exhortativas, desiderativas, exclamativas o admirativas y las dubitativas.
2) Los juicios de valor.
3) Las pseudoproposiciones.
4) Las funciones proposicionales.
5) Las descripciones definidas, y
6) Los filosofemas.

## Proposición, oración y enunciado

Es necesario distinguir una proposición (objeto conceptual o constructo) de las oraciones (objetos lingüísticos) que la designan, expresan o formulan, así como es preciso distinguir una oración de sus diversas enunciaciones (acto psicofísico) orales, escritas, o por ademanes. En efecto, cuando enuncio, o escucho, o escribo, o leo una oración, por ejemplo, 'Tres es mayor que dos', ejecuto un acto psicofísico.

En consecuencia, la enunciación y la percepción de una oración son procesos y, como tales, objetos físicos en sentido lato. No así la oración misma: ésta puede considerarse como una clase de enunciaciones concretas en circunstancias particulares. Una misma oración podrá ser pronunciada por diversos sujetos, en distintas circunstancias y con diferentes tonos de voz. Cámbiese el sujeto, o las circunstancias, o el tono de voz, y se tendrán enunciaciones diferentes de la misma oración. Piénsese en la oración '3 > 2' dicha en lenguaje interior, susurrada, gritada, o escrita en diversos lenguajes.

Asimismo, ciertas oraciones designan o expresan proposiciones. Por ejemplo, las oraciones '3 > 2', 'III > II', 'Three is greater than two' y 'Tres es mayor que dos' expresan o designan una misma proposición. Pero si bien toda proposición es expresable por una o más oraciones, la recíproca no es cierta. En efecto, hay oraciones gramaticales que no formulan proposición alguna, como por ejemplo ‘El número cinco aleteó’ y ‘La raíz cuadrada de una melodía es igual a un sueño’.[27]

En resumen, tenemos tres clases de objetos y dos relaciones entre ellos:

| | enuncian | | expresan | |
|---|---|---|---|---|
| Enunciados | → | Oraciones | → | Proposiciones |
| ↓ | | ↓ | | ↓ |
| (acto psicofísico) | | (objeto lingüístico) | | (objeto conceptual) |

**Clases de proposiciones**

Éstas pueden ser de dos clases: atómicas y mole-culares.

Las proposiciones atómicas (simples o elementales) carecen de conjunciones gramaticales típicas o conectivas (‘y’, ‘o’, ‘si… entonces’, ‘si y sólo si’) o del adverbio de negación ‘no’. Ejemplos:

a) San Marcos es la universidad más antigua de América.
b) La lógica es distinta a la matemática.

Las proposiciones atómicas de acuerdo a sus elementos constitutivos pueden clasificarse en predicativas y relacionales.

Las proposiciones predicativas constan de sujeto y predicado. Ejemplos:

c) El número 2 es par.
d) El espacio es relativo.

Las proposiciones relacionales constan de dos o más sujetos vinculados entre sí. Ejemplos:

[27] BUNGE, Mario, *Epistemología,* La Habana, Ciencias Sociales, 1982, pp. 62-65.

e) Silvia es hermana de Angélica.
f) 5 es mayor que 3.

Las proposiciones moleculares (compuestas o coligativas) contienen alguna conjunción gramatical típica o conectiva o el adverbio negativo 'no'. Ejemplos:

g) La lógica y la matemática son ciencias formales.
h) El tiempo es absoluto o es relativo.
i) Si dos ángulos adyacentes forman un par lineal, entonces son suplementarios.
j) Este número es par si y sólo si es divisible por dos.
k) El Inca Garcilaso de la Vega no es un cronista puneño.

**Clasificación de las proposiciones moleculares**

Las proposiciones moleculares, según el tipo de conjunción que llevan, se clasifican en conjuntivas, disyuntivas, condicionales y bicondicionales; si llevan el adverbio de negación 'no' se llaman negativas.

• Las proposiciones conjuntivas llevan la conjunción copulativa 'y', o sus expresiones equivalentes como 'e', 'pero', 'aunque', 'aun cuando', 'tanto... como...', 'sino', 'ni... ni', 'sin embargo', 'además', etc. Ejemplos:

a) 'El' es un artículo y 'de' es una preposición.
b) El número dos es par, pero el número tres es impar.
c) Silvia es inteligente, sin embargo es floja.
d) Tanto el padre como el hijo son melómanos.
e) Manuel e Ismael son universitarios.
f) La materia ni se crea ni se destruye.
g) Iré a verte aunque llueva.
h) Ingresaré a la universidad aun cuando no apruebe el examen de admisión.

En las proposiciones conjuntivas no es necesario que sus proposiciones componentes estén relacionadas en cuanto al contenido; es suficiente la presencia de la conjuncion ‘y’.

Una proposición conjuntiva es conmutativa, es decir, se puede permutar el orden de sus proposiciones componentes sin alterar la conjunción. Esto es posible en la lógica, pero no en el lenguaje natural. En efecto, la proposición ‘Angélica se casó y tuvo diez hijos’ no significa lo mismo que ‘Angélica tuvo diez hijos y se casó’. En el lenguaje natural, la primera sugiere una relación de causalidad, en cambio la segunda no. Sin embargo, desde el punto de vista lógico, las dos proposiciones conjuntivas son equivalentes.

Las pseudoproposiciones conjuntivas son proposiciones que se presentan como si fuesen proposiciones conjuntivas, pero que en realidad son proposiciones atómicas relacionales. La ‘y’, de los ejemplos, tiene carácter de término relacional y no propiamente de conjunción copulativa o conectiva. Ejemplos:

a) Sansón y Dalila son hermanos.
b) Sansón y Dalila son primos.
c) Sansón y Dalila son vecinos.
d) Sansón y Dalila son compadres.
e) Sansón y Dalila son contemporáneos.
f) Sansón y Dalila son condiscípulos.
g) Sansón y Dalila son paisanos.
h) Sansón y Dalila son colegas.
i) Sansón y Dalila son cuñados.
j) Sansón y Dalila son enamorados.
k) Sansón y Dalila son novios.
l) Sansón y Dalila son esposos.
m)Sansón y Dalila son amantes.
n) Sansón y Dalila son mellizos.
o) Sansón y Dalila son siameses.
p) Sansón y Dalila comparten sus ganancias.
q) Sansón y Dalila obsequian una bicicleta a su sobrina Cleopatra.

• Las proposiciones disyuntivas llevan la conjunción disyuntiva ‘o’, o sus expresiones equivalentes como ‘u’, ‘ya... ya’, ‘bien... bien’, ‘ora... ora’, ‘sea... sea’, ‘y / o’, etc.

En español la disyunción 'o' tiene dos sentidos: uno inclusivo o débil y otro exclusivo o fuerte. La proposición disyuntiva inclusiva admite que las dos alternativas se den conjuntamente. La proposición disyuntiva exclusiva no admite que las dos alternativas se den conjuntamente. Ejemplos:

a) Pedro es tío o es sobrino.
b) Elena está viva o está muerta.
c) Roberto es profesor o es estudiante.
d) Silvia es soltera o es casada.

‘a)’ y ‘c)’ son proposiciones disyuntivas inclusivas o débiles porque en ellas no se excluye la posibilidad de que Pedro pueda ser al mismo tiempo tío y sobrino o de que Roberto sea profesor y estudiante a la vez; en cambio ‘b)’ y ‘d)’ son proposiciones disyuntivas exclusivas o fuertes porque en ellas se excluye la posibilidad de que Elena pueda estar viva y muerta al mismo tiempo y que Silvia sea soltera y casada a la vez.

En español no existe un signo especial para la disyunción inclusiva y otro para la exclusiva, es decir, en ambos casos se usa la misma partícula ‘o’; mientras que en lógica sí existen signos especiales para distinguirlas, como veremos más adelante.

• Las proposiciones condicionales llevan la conjunción condicional compuesta ‘si... entonces...’, o sus expresiones equivalentes como ‘si’, ‘siempre que’, ‘con tal que’, ‘puesto que’, ‘ya que’, ‘porque’, ‘cuando’, ‘de’, ‘a menos que’, ‘a no ser que’, ‘salvo que’, ‘sólo si‘, ‘solamente si’. Ejemplos:

a) Si es joven, entonces es rebelde.
b) Es herbívoro si se alimenta de plantas.
c) El número cuatro es par puesto que es divisible por dos.

d) Se llama isósceles siempre que el triángulo tenga dos lados iguales.
e) Cuando venga Raúl jugaremos ajedrez.
f) De salir el sol iremos a la playa.
g) La física relativista fue posible porque existió la mecánica clásica.
h) Nuestra moneda se devalúa solamente si su valor disminuye.

Toda proposición condicional consta de dos elementos: antecedente y consecuente. La proposición que sigue a la palabra ‘si’ se llama antecedente y la que sigue a la palabra ‘entonces’ se denomina consecuente.

Toda proposición implicativa es condicional, pero no toda proposición condicional es implicativa. En efecto, sólo las proposiciones condicionales que son tautologías son implicativas.

Para que una proposición condicional sea lógicamente correcta no es necesario que haya relación de atingencia entre el antecedente y el consecuente, es decir, que la verdad en una proposición condicional es independiente de las relaciones que puedan existir o no entre los significados del antecedente y el consecuente. Por ejemplo, la proposición “Si la tierra gira alrededor del sol, entonces Lima es capital del Perú” es verdadera no obstante no existir relación alguna entre los significados de sus proposiciones componentes.

Finalmente, en toda proposición condicional el consecuente es condición necesaria del antecedente y el antecedente es condición suficiente del consecuente. Por ejemplo, en la proposición condicional ‘si los cuerpos se calientan, entonces se dilatan’, el consecuente ‘se dilatan’ es condición necesaria del antecedente ‘se calientan’ y el antecedente ‘se calientan’ es condición suficiente del consecuente ‘se dilatan’.

• Las proposiciones bicondicionales llevan la conjunción compuesta ‘... sí y sólo si...’, o sus expresiones equivalentes como ‘cuando y sólo cuando’, ‘si..., entonces y sólo entonces...’, etc. Ejemplos:

a) Es fundamentalista si y sólo si es talibán.
b) Habrá cosecha cuando y sólo cuando llueva.
c) Si apruebo el examen de admisión, entonces y sólo entonces ingresaré a la universidad.

Las proposiciones bicondicionales se caracterizan porque establecen dos condicionales, pero de sentido inverso. Por ejemplo, la proposición bicondicional ‘el triángulo es equilátero si y sólo si tiene tres lados iguales’ establece dos condicionales de sentido inverso: ‘si es triángulo equilátero, entonces tiene tres lados iguales’ y ‘si el triángulo tiene tres lados iguales, entonces es equilátero’.

En toda proposición bicondicional el antecedente es condición necesaria y suficiente del consecuente y el consecuente es condición necesaria y suficiente del antecedente.

• Las proposiciones negativas llevan el adverbio de negación ‘no’, o sus expresiones equivalentes como ‘nunca’, ‘jamás’, ‘tampoco’, ‘no es verdad que‘, ‘no es cierto que’, ‘es falso que’, ‘le falta’, ‘carece de’, ‘sin’, etc. Ejemplos:

a) Nunca he oído esa música.
b) Jamás he visto al vecino.
c) Es imposible que el átomo sea molécula.
d) Es falso que el juez sea fiscal.
e) Al papá de Nelly le falta carácter.

## Cuestionario N.º 5

1. ¿Qué es una proposición?
2. ¿Qué requisitos debe cumplir una expresión lingüística para que sea considerada proposición?
3. ¿Qué expresiones lingüísticas no constituyen ejemplos de proposiciones?
4. ¿Por qué las oraciones interrogativas, imperativas o exhortativas, desiderativas, admirativas o exclamativas y las dubitativas no constituyen ejemplos de proposiciones?

5. ¿Qué semejanzas y diferencias existen entre las pseudo-proposiciones y las funciones proposicionales?
6. ¿Qué es una descripción definida?
7. Los filosofemas o enunciados filosóficos, ¿son o no ejemplos de proposiciones? ¿Por qué?
8. ¿Es la ley, un ejemplo de proposición? ¿Por qué?
9. ¿Qué clases de proposiciones hay y cuáles son las diferencias que existen entre ellas?
10. ¿Cómo se clasifican las proposiciones atómicas?
11. ¿Qué diferencia existe entre proposición predicativa y proposición relacional?
12. ¿Cómo se clasifican las proposiciones moleculares?
13. ¿Qué es una proposición conjuntiva?
14. ¿Qué es una pseudoproposición conjuntiva?
15. ¿Qué es una proposición disyuntiva?
16. ¿Qué clases de proposiciones disyuntivas existen y en qué consisten cada una de ellas?
17. ¿Qué es una proposición condicional?
18. ¿Qué diferencia existe entre proposición condicional y proposición implicativa?
19. ¿Qué es una proposición bicondicional?
20. ¿Qué es una proposición negativa?

## Ejercicio N.º 4
## Reconocimiento de proposiciones

1. Analice las siguientes expresiones lingüísticas e indique si son o no proposiciones:

a) La nueva Constitución Política del Perú fue sancionada y promulgada por la Asamblea Constituyente en 1993.
b) El presidente de la República es el Jefe del Estado y personifica a la Nación (Constitución Política del Perú, Art. 110).
c) ¿Quién es el pez gordo del narcotráfico?

d) Sea en hora buena.
e) ¡Por fin llegó la primavera!
f) Los números racionales son inteligentes.
g) Que tengan ustedes buen viaje.
h) Sólo sé que nada sé.
i) Juan es bondadoso.
j) No engañes nunca a nadie.
k) Quizá existan miles de millones de universos.
l) Los organismos superiores tienen pulmones porque necesitan respirar.
m) a es la capital del Perú.
n) $x + y = y + x$
o) Los planetas del sistema solar, a excepción de Plutón, ocupan prácticamente el mismo plano con respecto al Sol.
p) El número 5 sonrió.
q) Los cuerpos sin apoyo caen aceleradamente en proporción directa al cuadrado del tiempo de caída.
r) x es un número par.
s) Los electrones son partículas que se encuentran alrededor del núcleo del átomo.
t) La semana tiene y días.

**Ejercicio N.º5**
**Clases de proposiciones**

1. Diga si las siguientes proposiciones son atómicas o moleculares:

a) Osama y Omar son concuñados.
b) Toda inferencia inductiva es una inferencia en términos de probabilidad.
c) Hace unos años se consideraba al computador como una gran ‘calculadora’, pero hoy se habla de sus logros intelectuales.
d) El oxígeno no produce óxido en presencia de metaloides.
e) Tanto la suma como la multiplicación de números naturales son asociativas.

f) Los peces son acuáticos puesto que respiran por branquias.
g) La suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°.
h) Gloria e Irene son contemporáneas.
i) El abuelo y la abuelita obsequiaron una muñeca a su nieta.
j) Hace aproximadamente 1 750 000 años el Homo habilis desapareció para ser reemplazado por un individuo más fornido, conocido como Homo erectus.
k) Una lógica se dice paraconsistente si puede ser la lógica de teorías inconsistentes pero no triviales.
l) A la descomposición química de una sustancia en iones por la acción de la corriente eléctrica se llama electrolisis.
m) Los términos ‘lenguaje objeto’ y ‘metalenguaje’ no son absolutos sino relativos.
n) Por razones aún no conocidas, el hombre de Neanderthal desapareció hace unos 40 mil años y cedió el lugar a un individuo venido del este: el hombre de Cro-Magnon, nuestro ancestro directo.
o) Decir que la inteligencia es hereditaria es defender la idea de que nuestras facultades intelectuales se transmiten de padres a hijos casi de la misma manera que el color de los ojos.
p) Así pues, no hay forma de argumentar en contra de las ideas de Aristóteles sobre la base de las creencias formuladas en el vocabulario, pero no a la inversa.
q) La diferencia que hay aquí entre Sellars y Davidson es la diferencia entre alguien que se toma en serio la pregunta “¿Existe en realidad aquello sobre lo que hablamos?” y alguien que no.
r) “Liberalismo burgués posmoderno” fue una contribución a un simposio sobre “La responsabilidad social de los intelectuales”, celebrado en la reunión anual de 1983 de la división oriental de la Asociación Americana de Filosofía.
s) Me parece que la izquierda posmarxista actual difiere de la marxista anterior principalmente en que esta última tenía en mente una revolución concreta.
t) La concepción que denomino “pragmatismo” es casi la misma que la que Hilary Putnam denomina “la concepción internalista de la filosofía”.

**Ejercicio N.º 6**
**Clasificación de las proposiciones moleculares**

1. Diga si las siguientes proposiciones moleculares son conjuntivas, disyuntivas inclusivas, disyuntivas exclusivas, condicionales, bicondicionales o negativas:

a) Si el ciclotrón bombardea el átomo, entonces acelera la velocidad de los protones.
b) Todos los cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.
c) Un ejemplo típico de la falacia del círculo vicioso es la famosa prueba del quinto postulado de Euclides o postulado de las paralelas.
d) El 20% de 150 es 30 ó 50.
e) Dos ángulos son suplementarios siempre que formen un par lineal.
f) La huelga continúa, pues no hay solución.
g) Si consigo una beca, entonces y sólo entonces viajaré al extranjero.
h) Si se calienta un cuerpo, entonces se dilata; y si se enfría, entonces se contrae.
i) Cuando apruebe el examen de admisión ingresaré a la universidad.
j) David no es limeño ni loretano.
k) Si la distancia entre el Sol y la Tierra hubiera diferido en apenas un 5 por ciento, ninguna forma de vida habría podido surgir y nuestro planeta habría sido un desierto.
l) Sin la aparición de las galaxias, sin la formación de estrellas masivas, sin el paso por el estadio de supernova, jamás habrían podido existir el hombre ni la vida.
m) Francis Fukuyama proclamaba el fin de la historia y la muerte de toda ideología, puesto que era liberal.

n) Actualmente está claramente establecido que nuestro universo sufre una tremenda expansión, y que esta expansión parece ser el resultado de una explosión inicial o big bang.
o) Las estrellas nacen y viven, pero también mueren.
p) Se dice que existe probabilidad de que ocurra un hecho o que un hecho es probable, cuando hay en alguna medida razones o fundamentos para afirmar su ocurrencia, pero sin llegar al nivel de la certeza o de la seguridad.
q) Vilma trabaja despacio, pero sin pausa
r) Paradoja es un tipo especial de contradicción constituida por una proposición determinada cuya verdad implica su falsedad y cuya falsedad implica su verdad.
s) El pragmatismo norteamericano ha oscilado entre el intento de elevar el resto de la cultura al nivel epistemológico de las ciencias naturales y el intento de nivelar las ciencias naturales en paridad epistemológica con el arte, la religión y la política.
t) "Definición operacional" es la expresión del significado de un constructo o concepto teorético en términos de propiedades observables y medibles llamadas indicadores.

## EL LENGUAJE FORMALIZADO DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

### El lenguaje natural y el lenguaje formalizado

Existen dos tipos fundamentales de lenguajes: el natural y el formalizado. El lenguaje natural es el lenguaje usado en la vida familiar, en la vida cotidiana. Tiene una amplia gama expresiva, es decir, sirve para comunicar informaciones, formular órdenes, expresar deseos, sentimientos, etc. Pertenecen a este lenguaje, por ejemplo, el español, el inglés, el francés, el alemán, entre otros. El lenguaje formalizado es el lenguaje usado en la actividad científica. Sólo sirve para formular conocimientos. Es un lenguaje especializado. Pertenecen a este lenguaje, por ejemplo, el lenguaje lógico y el matemático.

## Variables proposicionales y operadores lógicos

El lenguaje lógico se denomina formalizado porque su propiedad más importante es la de revelar la forma o estructura de las proposiciones e inferencias. El lenguaje formalizado de la lógica de proposiciones consta de dos clases de signos: variables proposicionales y operadores o conectores lógicos.

Las variables proposicionales representan a cualquier proposición atómica. Son letras minúsculas del alfabeto castellano ‘p’, ‘q’, ‘r’, ‘s’, etc. Los operadores lógicos además de enlazar o conectar proposiciones establecen determinadas operaciones entre ellas. Son de dos clases: diádicos y el monádico. Los operadores diádicos tienen un doble alcance: hacia la izquierda y hacia la derecha, es decir, afectan a dos variables. Y son los siguientes:

El conjuntivo: representa a la conjunción ‘y’. Su símbolo es ‘$\wedge$’.

El disyuntivo: representa a la conjunción ‘o’. Puede ser inclusivo y exclusivo.

El símbolo del inclusivo es ‘$\vee$’; el del exclusivo es ‘$\not\leftrightarrow$’.

El condicional: representa a la conjunción compuesta ‘si... entonces’. Su símbolo es ‘$\rightarrow$’.

El bicondicional : representa a la conjunción compuesta ‘si y sólo si’. Su símbolo es ‘$\leftrightarrow$’.

Negación conjunta: representa a las partículas ‘ni...ni‘. Su símbolo es ‘$\downarrow$’.

Negación alterna : representa a la expresión ‘no o no’. Su símbolo es ‘$|$’

El Negativo: Es el operador monádico y tiene un solo alcance: hacia la derecha, es decir, afecta a una sola variable. Es el operador de la negación. Representa al adverbio negativo ‘no’. Su símbolo es ‘$\sim$’.

## Principales notaciones simbólicas

Existen diferentes notaciones simbólicas, pero pueden reducirse a tres: la de Scholz, la de Peano-Russell y la de Lukasiewicz. Las tablas siguientes muestran las correspondencias entre las principales notaciones simbólicas:

| Sistemas | Negación | Conjunción | Disyunción inclusiva | Disyunción exclusiva | Condicional | Bicondicional |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Scholz | $\sim p$ | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $p \nleftrightarrow q$ | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow q$ |
| Peano-Russell | $\sim p$ | $p \,.\, q$ | $p \vee q$ | $p \not\equiv q$ | $p \supset q$ | $p \equiv q$ |
| Luka-siewicz | Np | Kpq | Apq | Jpq | Cpq | Epq |

| Sistemas | Variables | Jerarquía entre operadores |
|---|---|---|
| Scholz | p, q, r, etc. | Usa paréntesis |
| Peano-russell | p, q, r, etc. | Usa puntos |
| Lukasiewicz | p, q, r, etc. | Ni paréntesis ni puntos |

### Sistemas de Scholz y Peano-Russell

Las características de las notaciones simbólicas de Scholz y Peano-Russell son:

a) Los operadores diádicos se escriben entre las variables que enlazan, pero la negación va delante.
b) Los operadores son signos especiales.
c) Se usa puntos auxiliares o signos de agrupación para determinar la jerarquía entre los operadores.

### Sistema de Lukasiewicz

La notación simbólica de Lukasiewicz presenta las siguientes características:

a) Los operadores se escriben delante de las variables que conectan.
b) Los operadores son letras mayúsculas del alfabeto castellano.

c) No se usa signos de agrupación ni puntos auxiliares para establecer la jerarquía entre los operadores. El operador de mayor jerarquía va a la cabeza.

Nosotros hemos preferido usar la notación simbólica de Scholz porque es la que con mayor frecuencia se emplea en los libros de lógica que circulan en nuestro medio.

### Reglas de formación de fórmulas lógicas

Una fórmula lógica, es decir, una fórmula bien formada (FBF) es una cadena de símbolos construida según reglas establecidas por la sintaxis lógica. Puede ser de dos tipos: atómica y molecular.

Una fórmula atómica es aquella que no contiene entre sus símbolos ningún operador y puede ser representada por una variable proposicional, mientras que una fórmula molecular contiene entre sus signos, al menos, un operador.

La sintaxis lógica es una disciplina metalógica que estudia el lenguaje de la lógica desde el punto de vista formal, es decir, sin interesarse más que por las relaciones entre los símbolos. Ella permite la construcción de fórmulas bien formadas estableciendo, con tal objeto, reglas para usar y combinar símbolos.

Las siguientes son reglas de la sintaxis lógica que posibilitan la construcción de fórmulas bien formadas:

Regla 1. Toda variable proposicional (‘p’, ‘q’, ‘r’, ‘s’) es una FBF.
Regla 2. Si ‘p’ es una FBF, entonces ‘~ p’ es también una FBF.
Regla 3. Si ‘p’ y ‘q’ son FBF, entonces ‘p $\wedge$ q’, ‘p $\vee$ q’, ‘p $\not\leftrightarrow$ q’, ‘p $\rightarrow$q’, ‘p $\leftrightarrow$ q’ ‘p $\downarrow$ q’ y ‘p $|$q’ son igualmente FBF.
Regla 4. Una cadena de símbolos es una FBF si y sólo si se sigue de la aplicación de R.1, R.2 y R.3.
Regla 5. Una fórmula lógica está bien formada si y sólo si existe una jerarquía claramente establecida entre sus operadores; en caso contrario, la fórmula carece de sentido.
Regla 6. Una FBF tiene un nombre y éste depende de su operador de mayor jerarquía.

Regla 7. El operador de mayor jerarquía es aquel que está libre de los signos de agrupación: '( )', '[ ]', '{ }'.

Regla 8. Los signos de agrupación se usan sólo cuando su omisión hace ambigua una fórmula, es decir, cuando una fórmula es susceptible de una doble interpretación.

Regla 9. Los operadores diádicos tienen mayor jerarquía que el operador monádico.

Regla 10. El operador negativo se escribe antes y no después de una fórmula.

Regla 11. El operador negativo no se escribe entre dos fórmulas, sino inmediatamente a la derecha de un operador diádico.

Regla 12. Si un operador negativo antecede a otro operador igualmente negativo, entonces el de la izquierda tiene mayor jerarquía.

Ejemplos de aplicación de las reglas de formación de fórmulas lógicas:

a) $p \rightarrow (p \wedge r)$

Es una FBF en virtud de R.5. Y se llama condicional por R.6 y R.7.

b) $p \vee q \wedge r$

Es una fórmula mal formada (FMF) por atentar contra la R.8. La ambigüedad de 'b)' se elimina utilizando adecuadamente los paréntesis. Ejemplos:

- $p \vee (q \wedge r)$ Es ya una FBF por R.5. Y se llama disyuntiva inclusiva por R.6 y R.7.

- $(p \vee q) \wedge r$ Es también una FBF por R.5. Y se llama conjuntiva por R.6 y R.7.

c) $\sim (p \wedge q) \not\leftrightarrow \sim (r \vee t)$

Es una FBF por R.5. Se trata de una disyuntiva exclusiva por R.6, R.7 y R.9.

d) $p \sim$

Es una FMF por atentar contra R.10, pero '$\sim p$' es ya una FBF por R. 10

e) $[p \rightarrow (\sim q \wedge \sim r)] \sim$

Es una FMF por atentar contra R.10, pero '$\sim [p \rightarrow (\sim q \wedge \sim r)]$' es ya una FBF por R.5. Se llama negativa por R.6 y R. 7

f) $p \sim q$

Es una FMF por atentar contra R.11, pero '$p \leftrightarrow \sim q$' es ya una FBF por R.5. Se llama bicondicional por R.6, R.7, y R.9.

g) $(\sim p \leftrightarrow \sim q) \sim (\sim r \vee \sim q)$

Es una FMF por atentar contra R.11, pero '$(\sim p \leftrightarrow \sim q) \wedge \sim (\sim r \vee \sim q)$' es ya una FBF por R.5. Y se llama conjuntiva por R.6, R.7 y R.9.

**Formalización de proposiciones**

Formalizar una proposición significa abstraer su forma lógica, es decir, revelar su estructura sintáctica a través del lenguaje formalizado de la lógica. En términos más sencillos, formalizar una proposición equivale a representarla simbólicamente.

Toda proposición tiene su forma lógica y su fórmula. La forma lógica de una proposición es otra proposición equivalente a la primera con la diferencia de que en ella toda su estructura sintáctica está completamente explicitada. A partir de aquí, su fórmula no es otra cosa que la que resulta de sustituir a toda proposición atómica distinta por una variable proposicional también distinta, a toda conjunción gramatical por el operador lógico correspondiente y el adverbio 'no' por el operador negativo. La técnica de formalización de proposiciones comprende los siguientes pasos:

a) Se explicita su forma lógica empleando las conjunciones 'y', 'o', 'si..., entonces', 'si y sólo si' y el adverbio 'no' en sustitución de sus expresiones equivalentes.
b) Se halla su fórmula reemplazando cada proposición atómica por una variable proposicional, las conjunciones gramaticales por sus operadores lógicos correspondientes y el adverbio 'no' por el operador negativo.
c) Los signos de agrupación se usan para establecer la jerarquía entre los operadores de una fórmula lógica, pero sólo cuando su omisión la hace ambigua.

Ejemplos de formalización de proposiciones:

a) Kant es filósofo, pero Frege es lógico
Forma lógica:
Kant es filósofo y Frege es lógico

Fórmula:
p: Kant es filósofo.
q: Frege es lógico.
$p \wedge q$

b) No iremos al teatro a menos que venga Raúl.
Forma lógica:
Si Raúl viene, entonces iremos al teatro.

Fórmula:

p: Raúl viene.

q: iremos al teatro.

$p \rightarrow q$

c) Einstein no es filósofo, sino físico.

Forma lógica:

Einstein es físico y Einstein no es filósofo.

Fórmula:

p: Einstein es físico.

q: Einstein es filósofo.

$p \wedge \sim q$

d) Euclides no es médico ni físico.

Forma lógica:

Euclides no es médico y Euclides no es físico.

Fórmula:

p: Euclides es médico.

q: Euclides es físico

$\sim p \wedge \sim q$ o $p \downarrow q$

e) Ni Vilma, ni Silvia, ni Angélica ingresaron a la universidad.

Forma lógica:

Vilma no ingresó a la universidad y Silvia no ingresó a la universidad y Angélica no ingresó a la universidad.

Fórmula:

p: Vilma ingresó a la universidad.

q: Silvia ingresó a la universidad.

r: Angélica ingresó a la universidad.

$\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r$

f) Sin carbono, oxígeno, nitrógeno e hidrógeno, no hay vida.

Forma lógica:

Si no hay carbono y no hay oxígeno y no hay nitrógeno y no hay hidrógeno, entonces no hay vida.

Fórmula:

p: hay carbono.

q: hay oxígeno.

r: hay hidrógeno.

s: hay nitrógeno.

t: hay vida.

$(\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r \wedge \sim s) \rightarrow \sim t$

g) Tanto Waldir Sáenz como "Chemo" Del Solar son atletas porque son futbolistas.

Forma lógica:

Si Waldir Sáenz es futbolista y "Chemo" Del Solar es futbolista, entonces Waldir Sáenz es atleta y "Chemo" Del Solar es atleta.

Fórmula:

p: Waldir Sáenz es futbolista.

q: "Chemo" Del Solar es futbolista.

r: Waldir Sáenz es atleta.

s: "Chemo" Del Solar es atleta.

$(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)$

h) César es profesor o es alumno, pero no puede ser ambas cosas a la vez.

Forma lógica:

César es profesor o César es alumno y es falso que César sea profesor y César sea alumno.

Fórmula:

p: César es profesor.

q: César es alumno.

$(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$

i) Las Fuerzas Armadas y las Fuerzas Policiales participan en el desarrollo económico y social del país, pero no son deliberantes.

Forma lógica:

Las Fuerzas Armadas participan en el desarrollo económico del país y las Fuerzas Armadas participan en el desarrollo social del país y las Fuerzas Policiales participan en el desarrollo económico del país y las Fuerzas Policiales participan en el desarrollo social del país y las Fuerzas Armadas no son deliberantes y las Fuerzas Policiales no son deliberantes.

Fórmula:

p: las Fuerzas Armadas participan en el desarrollo económico del país.
q: las Fuerzas Armadas participan en el desarrollo social del país.
r: las Fuerzas Policiales participan en el desarrollo económico del país.
s: Las Fuerzas Policiales participan en el desarrollo social del país.
t: las Fuerzas Armadas son deliberantes.
w: las Fuerzas Policiales son deliberantes.

$(p \wedge q \wedge r \wedge s) \wedge (\sim t \wedge \sim w)$

## Formalización de inferencias

Una inferencia (razonamiento, deducción, argumentación o argumento) es una operación lógica que consiste en derivar a partir de la verdad de ciertas proposiciones conocidas como premisas la verdad de otra proposición conocida como conclusión.

Las premisas de una inferencia son proposiciones que ofrecen las razones para aceptar la conclusión. Preceden a las premisas, en inferencias desordenadas, las palabras ‘puesto que’, ‘ya que’, ‘pues’, ‘porque’, ‘siempre que’, ’si’, etc.

La conclusión de una inferencia es la proposición que se afirma sobre la base de las premisas. Preceden a la conclusión las palabras ‘luego’, ‘por tanto’, ‘por consiguiente’, ’en consecuencia’, etc. Además, en inferencias desordenadas, la proposición inmediatamente anterior a las palabras que preceden a las premisas es la conclusión. Ejemplos:

a) Los postulados son proposiciones primitivas de la matemática. Luego, los postulados son proposiciones primitivas de la matemática o de la lógica.

Premisa: Los postulados son proposiciones primitivas de la matemática.

Conclusión: Luego, los postulados son proposiciones primitivas de la matemática o de la lógica.

b) Ningún metaloide es metal, puesto que todos los metales son cuerpos brillantes y ningún metaloide es cuerpo brillante (inferencias desordenada).

Premisas: 1. Todos los metales son cuerpos brillantes.
2. Ningún metaloide es cuerpo brillante.

Conclusión: En consecuencia, ningún metaloide es metal.

c) Si esta figura tiene cuatro lados, es un cuadrilátero. Si esta figura tiene tres lados, es un trilátero. Esta figura tiene cuatro lados o tiene tres lados. Por tanto, esta figura es un cuadrilátero o es un trilátero.

Premisas: 1. Si esta figura tiene cuatro lados, es un cuadrilátero.
2. Si esta figura tiene tres lados, es un trilátero.
3. Esta figura tiene cuatro lados o tiene tres lados.

Conclusión: Por tanto, esta figura es un cuadrilátero o es un trilátero.

Formalizar una inferencia significa abstraer su forma lógica, vale decir, explicitar su estructura sintáctica a través del lenguaje formalizado de la lógica. La técnica de formalización de inferencias queda expuesta a través de los siguientes pasos:

a) Se ordena la inferencia, pero sólo en el caso de que su forma lógica haya sido alterada en el lenguaje natural, observando el esquema: premisas-conclusión.
b) Se explicita su estructura lógica empleando las conjunciones 'y', 'o', 'si..., entonces', 'si y sólo si' y el adverbio 'no', en lugar de sus expresiones equivalentes. Simultáneamente, se disponen las premisas y la conclusión una debajo de la otra. Entre la última premisa y la conclusión se escribe una barra horizontal y la palabra 'luego', 'en consecuencia', o 'por tanto', antes de la conclusión.
c) Se halla su fórmula lógica sustituyendo cada proposición atómica por una variable proposicional distinta, las conjunciones gramaticales por sus operadores lógicos correspondientes, el adverbio 'no' por el operador negativo y la palabra 'luego' por el símbolo '$\rightarrow$'. Los signos de agrupación se usan para establecer la jerarquía entre los operadores de una fórmula, pero sólo cuando su omisión la hace ambigua.
d) Se construye una fórmula condicional que tenga como antecedente las premisas unidas por el operador conjuntivo y como consecuente la conclusión, de tal forma que la estructura lógica de cualquier inferencia quede representada esquemáticamente de la siguiente manera:

$$\underbrace{[\,(\text{ Premisa })\wedge(\text{ Premisa })\,]}_{\text{antecedente}}\rightarrow\underbrace{(\text{ Conclusión })}_{\text{consecuente}}$$

**Ejemplos de formalización de inferencias ordenadas**

a) Los congresistas representan a la Nación, pero no están sujetos a mandato imperativo. Luego, los congresistas representan a la Nación.

Forma lógica:

1. Los congresistas representan a la Nación y los congresistas no están sujetos a mandato imperativo.

---

Luego, los congresistas representan a la Nación.

Fórmula:

p: los congresistas representan a la Nación.

q: los congresistas están sujetos a mandato imperativo.

$$\begin{array}{l} 1.\ p \wedge \sim q \\ \hline \therefore\ p \end{array}$$

$(p \wedge \sim q) \rightarrow p$

b) Felipe no será expulsado del club a menos que él cometa actos de traición e inmoralidad. No ha sido expulsado. En consecuencia, no ha cometido actos de traición ni de inmoralidad.

Forma lógica:

1. Si Felipe comete actos de traición y actos de inmoralidad, entonces será expulsado del club.
2. Felipe no ha sido expulsado del club

---

Luego, Felipe no ha cometido actos de traición y no ha cometido actos de inmoralidad.

Fórmula:

p: Felipe comete actos de traición.

q: Felipe comete actos de inmoralidad.

r: Felipe será expulsado del club.

$$\begin{array}{l} 1.\ (p \wedge q) \rightarrow r \\ 2.\ \sim r \\ \hline \therefore \sim p \wedge \sim q \end{array}$$

$\{[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge \sim r\} \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

c) Si el niño, el adolescente y el anciano son abandonados, entonces son protegidos por el Estado. Pero el niño es abandonado, también el anciano. Luego, tanto el niño como el anciano son protegidos por el Estado.

Forma lógica:

1. Si el niño es abandonado y el adolescente es abandonado y el anciano es abandonado, entonces el niño es protegido por el Estado y el adolescente es protegido por el Estado y el anciano es protegido por el Estado.
2. El niño es abandonado y el anciano es abandonado

---

Luego, el niño es protegido por el Estado y el anciano es protegido por el Estado.

Fórmula:

p: el niño es abandonado.
q: el adolescente es abandonado.
r: el anciano es abandonado.
s: el niño es protegido por el estado.
t: el adolescente es protegido por el estado.
w: el anciano es protegido por el estado.

$$\begin{array}{l} 1.\ (p \wedge q \wedge r) \rightarrow (s \wedge t \wedge w) \\ \underline{2.\ p \wedge r \qquad\qquad\qquad\qquad} \\ \therefore \quad s \wedge w \end{array}$$

$$\{[(p \wedge q \wedge r) \rightarrow (s \wedge t \wedge w)] \wedge (p \wedge r)\} \rightarrow (s \wedge w)$$

d) Sin mandato judicial ni autorización de la persona que lo habita, no se puede ingresar en el domicilio, tampoco efectuar investigación. Pero se ingresó al domicilio y efectuó investigación. En consecuencia, hubo mandato judicial y autorización de la persona que lo habita.

Forma lógica:

1. Si no hay mandato judicial y no hay autorización de la persona que lo habita, entonces no se puede ingresar en el domicilio y no se puede efectuar investigación.
2. Se ingresó al domicilio y se efectuó investigación.

---

Luego, hubo mandato judicial y hubo autorización de la persona que lo habita.

Fórmula:

p: hay mandato judicial.
q: hay autorización de la persona que lo habita.
r: se puede ingresar en el domicilio.
s: se puede efectuar investigación.

1. $( \sim p \wedge \sim q ) \rightarrow ( \sim r \wedge \sim s )$
2. $r \wedge s$

---

$\therefore p \wedge q$

$$\{[( \sim p \wedge \sim q ) \rightarrow ( \sim r \wedge \sim s )] \wedge (r \wedge s)\} \rightarrow (p \wedge q)$$

e) Un número es divisible por 2 si la última cifra de dicho número es múltiplo de 2. Un número es divisible por 3 si la suma de las cifras de dicho número es múltiplo de 3. Pero dicho número no es divisible por 2 o no lo es por 3. Por tanto, la suma de las cifras de un número no es un múltiplo de 3 si la última cifra de un número es múltiplo de 2.

Forma lógica:

1. Si la última cifra de un número es múltiplo de 2, entonces ese número es divisible por 2.
2. Si la suma de las cifras de un número es múltiplo de 3, entonces ese número es divisible por 3.
3. Un número no es divisible por 2 o un número no es divisible por 3.

---

Luego, si la última cifra de un número es múltiplo de 2, entonces la suma de las cifras de un número no es múltiplo de 3.

Fórmula:
p: la última cifra de un número es múltiplo de 2.
q: un número es divisible por 2.
r: la suma de las cifras de un número es múltiplo de 3.
s: un número es divisible por 3.

1. $p \rightarrow q$
2. $r \rightarrow s$
3. $\sim q \vee \sim s$

$\therefore\ p \rightarrow \sim r$

$$\{[( p \rightarrow q ) \wedge (r \rightarrow s )] \wedge (\sim q \vee \sim s )\} \rightarrow (p \rightarrow \sim r )$$

**Ejemplos de formalización de inferencias desordenadas**

La forma lógica de la inferencia es premisas-conclusión; sin embargo, en el lenguaje coloquial es frecuente observar que dicha forma lógica se presente alterada y en orden inverso, es decir, conclusión-premisas. En este caso, antes de proceder a su formalización, es preciso restablecer su forma lógica, o sea, se debe ordenar la inferencia. Ejemplo:

"Raúl viajará a Londres, puesto que obtuvo la beca y habla correctamente el inglés".

En este ejemplo, la conclusión "Raúl viajará a Londres" se encuentra en primer término. Si restituimos a esta inferencia su forma lógica, se enunciará de la siguiente manera:

"Si Raúl obtuvo la beca y habla correctamente el inglés, entonces viajará a Londres".

Para identificar las premisas y la conclusión de una inferencia conviene tener en cuenta estas sencillas indicaciones:

- Preceden a las premisas las partículas: “ya que”, “puesto que”, “pues”, “porque”, “siempre que”, etc.
- Preceden a la conclusión las partículas: “por tanto”, “por consiguiente”, “en consecuencia”, “en conclusión”, “de manera que”, etc.
- Regla práctica: la expresión inmediatamente anterior a las partículas que preceden a las premisas, es la conclusión.

Ejemplo 1

Inferencia : Si César es guitarrista, entonces es músico. César no es guitarrista puesto que no es músico.

Forma lógica:

1. Si César es guitarrista, entonces es músico.
2. César no es músico.

---

Luego, César no es guitarrista.

Fórmula:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$

Ejemplo 2

Inferencia: Habrá un número elevado de víctimas si estalla la fábrica de explosivos, ya que si estalla la fábrica de explosivos, se derrumbarán los edificios de la población más cercanas, y habrá un número elevado de víctimas si se derrumban los edificios de la población más cercanas.

Forma lógica:

1. Si estalla la fábrica de explosivos, entonces se derrumbarán los edificios de la población más cercana.
2. Y si se derrumban los edificios de la población más cercana, entonces habrá un número elevado de víctimas.

---

Luego, si estalla la fábrica de explosivos, entonces habrá un número elevado de víctimas.

Fórmula:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{q \rightarrow r} \\ \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

Ejemplo 3

Inferencia: Si el embajador ha viajado, ha debido ir a Buenos Aires o a Brasilia. Debo concluir que ha ido a Brasilia, pues ha viajado y no ha ido a Buenos Aires.

Forma lógica:

1. Si el embajador peruano ha viajado, entonces ha debido ir a Buenos Aires o a Brasilia.
2. El embajador peruano ha viajado y no ha ido a Buenos Aires.

Por lo tanto, el embajador peruano ha ido a Brasilia.

Fórmula:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow (q \vee r) \\ \underline{p \wedge \sim q} \\ \therefore r \end{array}$$

$$\{[p \rightarrow (q \vee r)] \wedge (p \wedge \sim q)\} \rightarrow r$$

## Cuestionario N.º 6

1. Señale la diferencia existe entre lenguaje natural y lenguaje formalizado
2. ¿Por qué el lenguaje de la lógica se llama formalizado?
3. ¿De qué tipos de símbolos consta el lenguaje formalizado de la lógica?
4. ¿Qué diferencia existe entre variable proposicional y operador lógico?
5. ¿Cuáles son las principales notaciones simbólicas de la lógica?
6. ¿Cuáles son las características de las notaciones simbólicas de Scholz, Peano-Russell y Lukasiewicz, respectivamente?
7. ¿Qué es una fórmula bien formada (fbf)?
8. ¿Qué una fórmula mal formada (fmf)?
9. ¿Qué es la sintaxis lógica?
10. ¿Qué reglas deben tomarse en cuenta al momento de construir una fórmula bien formada (fbf)
11. ¿Qué significa formalizar una proposición?
12. ¿Qué se entiende por forma lógica y qué por fórmula lógica?
13. ¿Cuáles son los pasos que comprende la técnica de formalización de proposiciones?
14. ¿Qué es una inferencia?
15. ¿De qué elementos consta una inferencia?
16. ¿Qué diferencia existe entre premisa y conclusión?
17. ¿Qué diferencia existe inferencia deductiva e inferencia inductiva?
18. ¿Cuándo se dice que una inferencia es válida y cuándo no válida?
19. ¿Qué significa formalizar una inferencia?
20. ¿Cuáles son los pasos necesarios a seguir en la formalización de una inferencia?

## Ejercicio N.º 7
## Reglas de formación de fórmulas lógicas

1. Escriba la palabra 'sí' cuando la fórmula esté bien formada y 'no', en caso contrario. En el primer caso diga, además, cómo se llama, estableciendo previamente la jerarquía entre sus operadores mediante números y, en el segundo caso, enuncie las reglas de la sintaxis lógica que viola:

   a) $\sim p \rightarrow \sim q$
   b) $(p \wedge q) \wedge \sim (r \wedge s)$
   c) $\sim (p \wedge q) \wedge \sim (r \wedge s)$
   d) $(p \wedge q) \sim (r \rightarrow s)$
   e) $\sim p \rightarrow \sim q \leftrightarrow \sim r$
   f) $(p \wedge q \wedge r) \sim$
   g). $\sim [p \rightarrow (\sim q \vee \sim r)]$
   h) $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s) \leftrightarrow (t \wedge w)$
   i) $\sim \sim [(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim (t \wedge \sim w)]$
   j) $\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (p \wedge r)\} \rightarrow (q \leftrightarrow s)$
   k) $\sim (p \downarrow q) \mid \sim (r \downarrow s)$
   l) $\sim [p \rightarrow (\sim q \downarrow \sim r)]$
   m) $p \downarrow \sim (q \sim r)$
   n) $\sim p \mid [q \rightarrow \sim (r \wedge s \wedge t)]$
   ñ) $\sim p \downarrow \sim [q \downarrow \sim (r \mid s)]$
   o) $\sim [p \wedge (q \downarrow r)] \mid \sim (r \sim s)$
   p) $\sim p \rightarrow \sim [(q \wedge r) \sim (s \downarrow t)]$
   q) $(p \rightarrow q) \sim [r \downarrow \sim (s \mid t)]$
   r) $[(p \wedge q) \downarrow (r \wedge s)] \mid [t \rightarrow (q \wedge r)]$
   s) $\sim p \downarrow [\sim (q \mid r) \downarrow \sim (\sim s \mid \sim t)] \wedge \sim t$

## Ejercicio N.º 8
## Formalización de proposiciones

1. Formalice las siguientes proposiciones: en cada caso halle su forma lógica y escriba la fórmula correspondiente.

a) Si eres talibán, entonces eres fundamentalista.
b) No como ni duermo.
c) La universidad está sin rector.
d) En los países democráticos no hay delito de opinión, tampoco prisión por deudas.
e) Ni Juan ni Pedro ni Felipe te darán la razón.
f) A nadie quiso escribir, ni a sus más íntimos amigos.
g) Tanto Carlos como Federico son ateos porque son materialistas.
h) Si hay ley, razón y justicia en el mundo, no sucederá lo que temes.
i) Aunque esté enfermo, no faltaré a la cita.
j) No lo hizo Antonio, sino David.
k) Las declaraciones obtenidas por la violencia carecen de valor.
l) El dinero hace ricos a los hombres, pero no dichosos.
m) No pudo asistir porque estuvo ausente.
n) Los actos del Presidente de la República son nulos siempre que no tengan refrendación ministerial.
o) De saberlo antes, habría venido.
p) Cuando tú lo dices, verdad será.
q) Sin su libre consentimiento, sin la debida retribución, no se le puede obligar a prestar trabajo.
r) Se te enviará el diploma, bien por el correo de hoy, bien por el de mañana.
s) Sufre la pena, pues cometiste la culpa.
t) Los yacimientos y restos arqueológicos son patrimonio cultural de la Nación, están bajo el amparo del Estado y la ley regula su conservación.

## Ejercicio N.º 9
## Formalización de inferencias

1. Formalice las siguientes inferencias: en cada caso halle su fórmula lógica y escriba la fórmula correspondiente.

a) Osama bin Laden es un fundamentalista religioso y Hitler es un fundamentalista político. Luego, Hitler es un fundamentalista político.
b) Esta figura no es un cuadrilátero, puesto que es un triángulo. Es un triángulo. En consecuencia, no es un cuadrilátero.
c) Si la suma de dos números naturales es conmutativa, entonces si cambiamos el orden de los sumandos, se obtiene la misma suma. La suma de dos números naturales es conmutativa. Por tanto, se obtiene la misma suma si cambiamos el orden de los sumandos.
d) Un cuerpo está en estado neutro y no presenta ningún fenómeno eléctrico en su conjunto siempre que su carga eléctrica positiva esté en estado igual a la negativa. Pero es falso que el cuerpo esté en estado neutro y no presente ningún fenómeno eléctrico en su conjunto. En consecuencia, la carga eléctrica positiva de un cuerpo está en estado igual a la negativa.
e) Se llama falacia o sofisma si una inferencia inválida tiene la apariencia de ser válida. Se llama falacia o sofisma. Luego, la inferencia inválida tiene la apariencia de ser válida.
f) Este triángulo no se llama equilátero a menos que tenga tres lados iguales. Si se llama equilátero, no se llama isósceles. En consecuencia, si tiene tres lados iguales, no se llama isósceles.
g) Sin variables ni operadores, no hay lenguaje lógico posible. No hay variables ni operadores. Por tanto, no hay lenguaje lógico posible.
h) Tanto Roberto como Ernesto son creyentes, porque ambos son católicos. Roberto y Ernesto son católicos. Luego, son creyentes.
i) La ‘p’ es una variable proposicional o es un operador lógico, pero no puede ser ambas cosas a la vez. En consecuencia, es falso que la ‘p’ sea un operador lógico.

j) Un número es divisible por 2 si termina en cero o en cifra par. Un número es divisible por 5 si termina en cero o en 5. Por tanto, un número es divisible por 2 si no termina en 5.

k) Si hay guerra civil, hay estado de sitio. Hay estado de emergencia si se altera el orden interno de la Nación. En consecuencia, no hay estado de emergencia si hay guerra civil.

l) Sin decano ni consejo de facultad no hay gobierno de la facultad ni democracia. Pero es falso que haya gobierno de la facultad o haya democracia. Por tanto, es falso que haya decano o haya consejo de facultad.

m) Los profesores ordinarios son principales, asociados y auxiliares. Los profesores extraordinarios son eméritos, honorarios, investigadores y visitantes. Luego, los profesores ordinarios son principales, asociados y auxiliares.

n) Si tu profesor recomienda la duda, o es un escéptico o es un nihilista. Si es escéptico o nihilista, es idealista o metafísico. En consecuencia, tu profesor recomienda la duda si es idealista o metafísico.

o) Si eres profesor principal, eres maestro o doctor. Si eres profesor ordinario, tienes derecho a la promoción en la carrera docente y a la participación en el gobierno de la universidad. Luego, eres profesor principal u ordinario si eres maestro o doctor.

p) Los profesores universitarios son ordinarios, extraordinarios y contratados. Por tanto, los profesores universitarios son ordinarios, extraordinarios y contratados, o los jefes de práctica y ayudantes de cátedra realizan una actividad preliminar en la carrera docente.

q) Sin carbono, oxígeno, nitrógeno e hidrógeno, no hay vida. En consecuencia, hay carbono o hay oxígeno o hay nitrógeno o hay hidrógeno, si hay vida.

r) Si el Presidente de la República decreta el estado de emergencia, las Fuerzas Armadas asumen el control del orden interno de la Nación. Si las Fuerzas Armadas asumen el control del orden interno de la Nación, se suspenden las garantías constitucionales y no se impone la pena de destierro. Luego, no se impone la pena de destierro si el Presidente de la República decreta el estado de emergencia.

s) Si un número natural es primo, es mayor que uno. Es divisible por sí mismo si es primo. Por tanto, es divisible por sí mismo si es mayor que uno.

t) Si dos es un número natural, su opuesto es un número entero y no un número natural. Es falso que el opuesto de dos sea un número entero y no sea un número natural. Luego, dos es un número natural o entero.

u) Si Osama estudia música podrá obtener un puesto en la Orquesta Sinfónica. Debo concluir que Osama podrá obtener un puesto en la orquesta Sinfónica ya que, o se dedica al deporte o estudia música, y Osama no se dedica al deporte.

v) Si el candidato es fundamentalista, no tendrá éxito. Deduzco que sufrirá una censura, si recordamos que o bien tiene éxito o bien sufre una censura, y el candidato es fundamentalista.

w) No es cierto que Pizarro conquistó el Perú y no fue español, dado que Pizarro conquistó el Perú si y sólo si no fue marino, pero fue español.

x) Si el ómnibus sale hoy para Ayacucho, entonces no cayó ningún huayco, ya que si el ómnibus no sale hoy a Ayacucho, entonces o cayó algún huayco o se produjo una huelga; pero es cierto que no se produjo una huelga.

y) O no ingresaste a la universidad o no conseguiste el empleo, pues es cierto que no vendes tu casa si ingresas a la universidad y consigues un empleo; y tu vendiste tu casa.

## FUNCIONES VERITATIVAS Y TABLAS DE LA VERDAD

### Definición tabular de los operadores lógicos

#### De la conjunción

Una fórmula conjuntiva ‘p ∧ q’ es verdadera si y sólo si ‘p’ es verdadera y ‘q’ también es verdadera. En los demás casos la fórmula ‘p ∧ q’ es falsa.

Tomemos, por ejemplo, las dos proposiciones atómicas siguientes:

a) La lógica es una ciencia formal.
b) La física es una ciencia factual.

Enlazando ‘a)’ y ‘b)’ mediante la conjunción ‘y’ obtenemos una nueva:

c) La lógica es una ciencia formal y la física es una ciencia factual. Esta nueva proposición se denomina proposición molecular conjuntiva. Y ‘c)’ es verdadera porque ‘a)’ es verdadera y ‘b)’ también es verdadera.

Justamente, el hecho de que el valor de verdad de ‘c)’ esté determinado por el de ‘a)’ y ‘b)’, hace que ‘c)’ sea una función de verdad de ‘a)’ y ‘b)’.

Fórmula de ‘c)’: $p \wedge q$

Para explicitar la definición del operador conjuntivo vamos a recurrir al método de la tabla de verdad, usado por el filósofo y lógico austriaco L. Wittgenstein en su obra más importante el *Tractatus Logico-Philosophicus*. Este método ha de permitir mostrar en orden todas las combinaciones posibles de los valores de las variables ‘p’ y ‘q’ y luego establecer la verdad de la fórmula conjuntiva ‘p $\wedge$ q’.

El proceso de construcción de la Tabla de Verdad de una fórmula conjuntiva se realiza observando fielmente los siguientes pasos:

Paso 1. Se dibuja una cruz con el brazo derecho más largo que el izquierdo. La parte de la izquierda se llama margen (M) y la parte de la derecha se denomina cuerpo (C):

| | | | |
|---|---|---|---|
| Margen (M) | MS | CS | Cuerpo (C ) |
| | MI | CI | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| MS: | Margen Superior | CS : | Cuerpo Superior |
| MI : | Margen Inferior | CI : | Cuerpo Inferior |

Paso 2. Se escribe en la parte superior del margen (MS) las variables ‘p’ y ‘q’ y en la parte superior del cuerpo (CS) la fórmula conjuntiva ‘p $\wedge$ q’ que se ha de tabular:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Variables | p q | p $\wedge$ q | Fórmula conjuntiva |
| | | | |

Paso 3. Se escribe en la parte inferior del margen (MI), y en columna, todas las combinaciones o arreglos posibles de los valores de las variables, empleando para el valor verdadero la abreviatura V y para el valor falso la abreviatura F.

Paso 4. Se calcula el número de arreglos posibles de los valores de las variables aplicando la fórmula 2n. En donde ‘n’ es una variable numérica cuyo valor depende del número de variables proposicionales que tenga la fórmula que se ha de tabular y ‘2’ una constante que hace referencia a los dos valores V y F que puede asumir cualquier proposición atómica. En este caso específico el número de variables es 2. Luego, el número de arreglos será:

Si $n = 2$, entonces $2^2 = 4$

Paso 5. Se escribe en la primera columna de valores la mitad de valores verdaderos y la mitad de valores falsos. En la segunda columna, también la mitad de valores verdaderos y la mitad de valores falsos, pero en relación con los valores verdaderos y falsos de la primera columna, hasta completar los cuatro arreglos:

| | p | q | $p \wedge q$ |
|---|---|---|---|
| Arreglo 1 | V | V | |
| Arreglo 2 | V | F | |
| Arreglo 3 | F | V | |
| Arreglo 4 | F | F | |

Columna de valores

Paso 6. Se escribe, en la parte inferior del cuerpo (CI) y debajo del operador conjuntivo, los valores que asume la fórmula conjuntiva. La nueva columna de valores obtenida se llama matriz de la conjunción, cuya tabla es la siguiente:

| p | q | $p \wedge q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

Matriz de la conjunción

**De la disyunción inclusiva**

Una fórmula disyuntiva inclusiva ‘p ∨ q’ es falsa si y sólo si ‘p’ es falsa y ‘q’ también es falsa. En los demás casos la fórmula ‘p ∨ q’ es verdadera.

Ejemplo:

a) Eduardo es profesor.

b) Eduardo es alumno.

Enlazando ‘a)’ y ‘b)’ mediante la conjunción disyuntiva ‘o’ obtenemos una nueva:

c) Eduardo es profesor o Eduardo es alumno.

Esta nueva proposición se llama proposición molecular disyuntiva inclusiva. Y ‘c)’ es verdadera siempre que una de las proposiciones componentes o bien ambas sean verdaderas. Y es falsa cuando ambas son falsas.

Fórmula de ‘c)’: $p \vee q$

Para construir la tabla de verdad de la disyunción inclusiva es necesario proceder exactamente de la misma manera como procedimos en el caso de la conjunción, hasta el paso 5. Luego, aplicando la definición del operador disyuntivo inclusivo, en armonía con lo estipulado en el paso 6, obtenemos la matriz de la disyunción inclusiva:

| p | q | p ∨ q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

Matriz de la disyunción inclusiva o débil

**De la disyunción exclusiva**

Una fórmula disyuntiva exclusiva ‘p $\not\leftrightarrow$ q’ es verdadera si y sólo si las variables ‘p’ y ‘q’ no tienen el mismo valor. En los demás casos es falsa.

Ejemplo:

a) Jorge está vivo.
b) Jorge está muerto.

Enlazando ‘a)’ y ‘b)’ mediante la conjunción disyuntiva 'o' obtenemos una nueva:

c) Jorge está vivo o Jorge está muerto.

Esta nueva proposición se llama proposición disyuntiva exclusiva. Y ‘c)’ es verdadera siempre que ambas proposiciones componentes no sean verdaderas o falsas al mismo tiempo. La verdad de una de las proposiciones componentes excluye la verdad de la otra, es decir, no pueden ser ambas verdaderas.

Fórmula de ‘c)’: p $\not\leftrightarrow$ q

Aplicando la definición del operador disyuntivo exclusivo, en consonancia con lo establecido en el paso 6 obtenemos la matriz de la disyunción exclusiva:

| p | q | p $\not\leftrightarrow$ q |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

Matriz de la disyunción exclusiva o fuerte

### Del condicional

Una fórmula condicional ‘p $\rightarrow$ q’ es falsa si su antecedente ‘p’ es verdadero y su consecuente ‘q’ es falso. En los demás casos es verdadera.

Ejemplo:

a) El polinomio tiene tres términos.
b) El polinomio se llama trinomio.

Enlazando ‘a)’ y ‘b)’ mediante la conjunción condicional compuesta 'si..., entonces' obtenemos una nueva:

c) Si el polinomio tiene tres términos, entonces se llama trinomio.

Esta nueva proposición se llama proposición condicional. Y ‘c)’ es verdadera en cualquier caso, excepto cuando la proposición que desempeña el papel de antecedente es verdadera y la proposición que hace las veces de consecuente es falsa: No es posible que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso.

La verdad de una proposición condicional no depende de las relaciones que puedan existir o no entre los significados del antecedente y del consecuente. En efecto, hay ejemplos de proposiciones condicionales verdaderas en que entre el antecedente y el consecuente no existe ninguna relación de atingencia, es decir, lo que dice el antecedente es diferente a lo que dice el consecuente.

Ejemplo de una proposición condicional verdadera, no obstante que entre el antecedente y el consecuente no existe ninguna relación de atingencia, sería el siguiente:

d) Si Galileo descubrió que los cuerpos caen con aceleración constante, entonces la Óptica es la parte de la Física que estudia la luz.

Fórmula de 'c)': $p \rightarrow q$

Aplicando la definición del operador condicional, en correspondencia con lo estipulado en el paso 6 obtenemos la matriz del condicional:

| p | q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

Matriz del condicional

**Del bicondicional**

Una fórmula bicondicional '$p \leftrightarrow q$' es verdadera si y sólo si las variables 'p' y 'q' tienen el mismo valor. En los demás casos es falsa.

Ejemplo:

a) Enrique ingresará a la universidad.
b) Enrique aprueba el examen de admisión.

Enlazando 'a)' y 'b)' mediante la conjunción bicondicional compuesta 'si y sólo si' obtenemos una nueva:

c) Enrique ingresará a la universidad si y sólo si aprueba el examen de admisión.

Esta nueva proposición se llama proposición bicondicional. Y se llama así porque establece dos condicionales, es decir, está constituida por dos proposiciones condicionales de sentido inverso:

d) ‘Si Enrique ingresó a la universidad, entonces aprobó el examen de admisión’ y ‘si Enrique aprobó el examen de admisión, entonces ingresó a la universidad’.

La proposición bicondicional establece que si el antecedente es verdadero entonces el consecuente tiene que ser verdadero. Igualmente, si el consecuente es verdadero, entonces el antecedente tiene que ser verdadero. Lo que significa que la verdad o falsedad de una proposición exige necesariamente la verdad o la falsedad de la otra:

Fórmula de ‘c)’: $p \leftrightarrow q$

Aplicando la definición del operador bicondicional, en armonía con lo establecido en el Paso 6 obtenemos la matriz del bicondicional:

| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

Matriz del bicondicional

**De la negación**

Una fórmula negativa ‘~ p’ es verdadera si y sólo si la variable ‘p’ es falsa y ‘~ p‘ es falsa si y sólo si ‘p’ es verdadera. Justamente debido a que el operador negativo tiene como función transformar el valor verdadero en falso y viceversa se llama operador inversor.

Ejemplo:

a) El ciclotrón sirve para acelerar electrones.

Introduciendo el adverbio negativo ‘no’ en ‘f1)’ obtenemos una nueva:

b) El ciclotrón no sirve para acelerar electrones.

Esta nueva proposición se llama proposición negativa.

Fórmula de ‘b)’: ~ p

Aplicando la definición del operador negativo, en correspondencia con lo prescrito en los pasos 4, 5 y 6, obtenemos la matriz de la negación:

| P | ~ P |
|---|---|
| V | F |
| F | V |

Matriz de la negación

**De la negación conjunta**

Una fórmula negativa conjunta ‘p ↓ q’ es verdadera si y sólo si ‘p’ es falsa y ‘q’ también es falsa. En todos los demás casos es falsa.

Ejemplo:

a) Arequipa es un puerto
b) Puno es un desierto

Enlazando ‘a)’ y ‘b)’ mediante la partícula ‘ni... ni’ obtenemos una nueva:

c) Ni Arequipa es un puerto ni Puno es un desierto.

Esta nueva proposición se llama proposición negativa conjunta. Y ‘c)’ es verdadera siempre que sus dos componentes sean falsas; y es falsa en los demás casos.

Fórmula de ‘c)’: $p \downarrow q$

Aplicando la definición del operador de la negación conjunta y en consonancia con lo establecido en el paso 6 obtenemos la matriz de la negación conjunta:

| p q | p | ↓ | q |
|---|---|---|---|
| V V | | F | |
| V F | | F | |
| F V | | F | |
| F F | | V | |

Matriz de la negación conjunta

**De la negación alterna**

Una fórmula negativa alterna ‘p | q’ es falsa si y sólo si ‘p’ es verdadera y ‘q’ también es verdadera. En todos los demás casos es verdadera.

Ejemplo:

a) Mario Vargas Llosa es argentino.

b) Gabriel García Márquez es peruano

Enlazando ‘a)’ y ‘b)’ mediante la expresión ‘no o no’ obtenemos una nueva:

c) Mario Vargas Llosa no es argentino o Gabriel García Márquez no es peruano.

Esta nueva proposición se llama proposición negativa alterna. Y ‘c)’ es falsa siempre que sus dos componentes sean verdaderos; en los demás casos es verdadera.

Fórmula de ‘c)’: $p \mid q$

Aplicando la definición del operador de la negación alterna y en consonancia con lo establecido en el paso 6 obtenemos la matriz de la negación alterna:

| p | q | $p \mid q$ |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | V |

Matriz de la negación alterna.

## Definición tabular de fórmulas moleculares complejas

Las fórmulas moleculares definidas anteriormente a través de la tabla de la verdad son elementales en la medida en que contienen un solo operador y dos variables. En adelante trabajaremos con fórmulas moleculares complejas, es decir, fórmulas que contienen dos o más operadores distintos o dos o más veces el mismo operador.

Para definir tabularmente fórmulas moleculares complejas se deben observar los siguientes pasos:

Paso 1. Dada la fórmula molecular compleja se establece la jerarquía entre sus operadores a través de los signos de agrupación:

$$\sim [ ( p \vee q ) \wedge ( \sim q \rightarrow \sim p ) ]$$

Paso 2. Se construye las matrices secundarias que corresponden a las de los operadores de menor jerarquía aplicando sus respectivas definiciones:

| p | q | $\sim[(p \vee q) \wedge (\sim q \rightarrow \sim p)]$ |
|---|---|---|
| V | V | V V V V F V V F V |
| V | F | V V F F V F F F V |
| F | V | F V V V F V V V F |
| F | F | F F F F V F V V F |

Paso 3. Se construye, finalmente, la matriz principal que corresponde a la del operador de mayor jerarquía aplicando la definición correspondiente a las matrices de los operadores que la siguen en jerarquía:

| | | | 3 2 4 3 4 |
|---|---|---|---|
| p | q | $\sim$ | $[(p \vee q) \wedge (\sim q \rightarrow \sim p)]$ |
| V | V | F | V V V V F V V F V |
| V | F | V | V V F F V F F F V |
| F | V | F | F V V V F V V V F |
| F | F | V | F F F F V F V V F |

La matriz principal, como podrá observarse, se ha obtenido aplicando la definición del operador negativo a los valores de la matriz 2. La matriz 2 se obtuvo aplicando la definición del operador conjuntivo a los valores de las matrices 3. La matriz 3 del lado izquierdo se ha obtenido aplicando la definición del operador disyuntivo inclusivo a los valores de ‘p’ y ‘q’. La matriz 3 del lado derecho se ha obtenido aplicando la definición del operador condicional a los valores de las matrices 4. La matriz 4 del lado izquierdo se ha obtenido aplicando la definición del operador negativo a los valores de ‘q’ y la matriz 4 del lado derecho, aplicando la definición del operador negativo a los valores de ‘p’.

Otro ejemplo:

Definir tabularmente la fórmula: $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

| p | q | r | $[(p \rightarrow q)$ | $\wedge$ | $(q \rightarrow r)]$ | $\rightarrow$ | $(p \rightarrow r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | F | V | F | F | V | F |
| V | F | V | F | F | V | V | V |
| V | F | F | F | F | V | V | F |
| F | V | V | V | V | V | V | V |
| F | V | F | V | F | F | V | V |
| F | F | V | V | V | V | V | V |
| F | F | F | V | V | V | V | V |

## Clasificación de las fórmulas moleculares por su matriz principal

Las tablas de verdad nos permiten clasificar a las fórmulas moleculares, atendiendo a su matriz principal, en tautológicas, consistentes y contradictorias.

Las fórmulas moleculares tautológicas (FMT), llamadas también leyes lógicas, son aquellas en que los valores de su matriz principal son todos verdaderos.

Ejemplo:

| p | q | $[(p \rightarrow q)$ | $\wedge$ | $\sim q]$ | $\rightarrow$ | $\sim p$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | F | V | F |
| V | F | F | F | V | V | F |
| F | V | V | F | F | V | V |
| F | F | V | V | V | V | V |

FMT

Fórmulas moleculares consistentes (FMC), son aquellas en que algunos de los valores de su matriz principal son verdaderos y algunos son falsos.

Ejemplo:

| $p$ | $q$ | $[\sim$ | $(p \vee q)$ | $\wedge$ | $\sim p]$ | $\leftrightarrow$ | $(q \rightarrow p)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | F | V | F | F | V | V |
| V | F | F | V | F | F | V | V |
| F | V | F | V | F | V | F | F |
| F | F | V | F | V | V | F | V |

FMC

Fórmulas moleculares contradictorias (FM⊥), denominadas también fórmulas inconsistentes, son aquellas en que los valores de su matriz principal son todos falsos.

Ejemplos:

| $p$ | $q$ | $\sim$ | $[(p \wedge q)$ | $\rightarrow$ | $\sim$ | $(\sim q$ | $\vee$ | $\sim p)]$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | F | V | V | V | F | F | F |
| V | F | F | F | V | F | V | V | F |
| F | V | F | F | V | F | F | V | V |
| F | F | F | F | V | F | V | V | V |

FM⊥

## Implicación y equivalencia de fórmulas

### Implicación de fórmulas

Una fórmula 'A' implica a 'B' si y sólo si unidas en forma condicional, 'A' como antecedente y 'B' como consecuente, su matriz resulta tautológica; si su matriz es consistente o contradictoria, se dice que ‘A’ no implica a ‘B’.

Notación:

A $\rightarrow$ B: se lee ‘A’ implica a ‘B’

A $\not\rightarrow$ B: se lee ‘A’ no implica a ‘B’

Ejemplos:

Si las matrices de las siguientes fórmulas son:

A: VVFF

B. VVVF

C: FFVV

D: FFFV

Determine, mediante la tabla de verdad, si:

1) “La conjunción de las negaciones de A y C implica a la negación de la negación conjunta de B y D”.

Procedimiento:

a) Se expresa simbólicamente el enunciado.
b) Se evalúa la fórmula mediante la tabla de verdad.
c) Si su matriz es tautológica se dice que ‘A’ implica a ‘B’; si es consistente o contradictoria, se dice que ‘A’ no implica a ‘B’.

| ( ~ A | $\wedge$ | ~ C ) | $\rightarrow$ | ~ | ( B | $\downarrow$ | D ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | F | V | V | V | V | F | F |
| F | F | V | V | V | V | F | F |
| V | F | F | V | V | V | F | F |
| V | F | F | V | V | V | F | V |

FMT

Respuesta: $\alpha \rightarrow \beta$

2) "El bicondicional de la negación de A y la disyunción débil de C y D implica a la negación de la disyunción débil de B y la negación de A"

| [ ~ | A | ↔ | (C | ∨ | D)] | → | ~ | (B | ∨ | ~ | A) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | | V | F | F | F | F | F | V | V | F | |
| F | | V | F | F | F | F | F | V | V | F | |
| V | | V | V | V | F | F | F | V | V | V | |
| V | | V | V | V | V | F | F | F | V | V | |

FMI

Respuesta: $\alpha \not\rightarrow \beta$

**Equivalencia de fórmulas**

Dos fórmulas 'A' y 'B' son equivalentes si y sólo si sus matrices son iguales; si sus matrices son diferentes, se dice que 'A' y 'B' no son equivalentes.

Notación:

A ≡ B: se lee 'A' es equivalente a 'B'
A ≢ B: se lee 'A' no es equivalente a 'B'

Ejemplos:

a) "La negación de la negación alterna de las negaciones de A y D es equivalente al condicional de B y la negación de C"

| ~ ( | ~ | A | \| | ~ | D ) | ≡ | ( B | → | ~ | C ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | F | | V | V | | | V | V | V | |
| F | F | | V | V | | | V | V | V | |
| V | V | | F | V | | | V | F | F | |
| F | V | | V | F | | | F | V | F | |

Respuesta: $\alpha \not\equiv \beta$

b) “La negación de la conjunción de las negaciones de C y D es equivalente a la negación conjunta del condicional de A y B y la disyunción débil de C y B”

$$\sim(\sim C \wedge \sim D) \equiv [(A \rightarrow B) \downarrow (C \vee B)]$$

| $\sim$ | $\sim C$ | $\wedge$ | $\sim D$ | $\equiv$ | $A$ | $\rightarrow$ | $B$ | $\downarrow$ | $C$ | $\vee$ | $B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | V | V | V | | V | V | V | F | F | F | F |
| F | V | V | V | | V | V | V | F | F | F | F |
| V | F | F | V | | F | V | V | F | V | V | F |
| V | F | F | F | | F | V | F | F | V | V | V |

Respuesta: $\alpha \not\equiv \beta$

**Cuestionario N.º 7**

1. ¿Cómo se calcula el número de arreglos posibles de los valores veritativos de las variables?
2. ¿Cuándo una fórmula conjuntiva es verdadera?
3. ¿En qué caso es falsa una fórmula disyuntiva inclusiva?
4. ¿Cuándo es verdadera una fórmula disyuntiva exclusiva?
5. Una fórmula condicional, ¿cuándo es falsa?
6. ¿En qué caso una fórmula bicondicional es verdadera?
7. Una fórmula negativa, ¿cuándo es verdadera y cuándo es falsa?
8. ¿Cuándo es verdadera una fórmula negativa conjunta?
9. ¿Cuándo es falsa una fórmula negativa alterna?
10. ¿A qué se denominan fórmulas moleculares complejas?
11. ¿Qué pasos son necesarios seguir a fin de definir tabularmente fórmulas moleculares complejas?
12. ¿Cómo se clasifican las fórmulas moleculares atendiendo a su matriz principal?
13. ¿Qué característica presenta la matriz principal de cada una de las fórmulas moleculares posibles?
14. ¿Cuándo una fórmula ‘A’ implica a una fórmula ‘B’, y cuándo no?
15. ¿Cuándo una fórmula ‘A’ es equivalente a una fórmula ‘B’, y cuándo no?

## Ejercicio N.º 10
## Fórmulas moleculares y tablas de verdad

1. Mediante la tabla de la verdad determine si las siguientes fórmulas son tautológicas, consistentes o contradictorias:

a) $\sim (p \downarrow \sim p)$
b) $(\sim p \rightarrow p) \downarrow p$
c) $\sim [\, p \rightarrow (\sim p \wedge p)]$
d) $\sim (\sim p \leftrightarrow p) \rightarrow \sim (\sim p \vee p)$
e) $(p \wedge p) \leftrightarrow [\, p \vee (\sim q \mid q)]$
f) $\sim (p \rightarrow q) \vee \sim (\sim q \rightarrow \sim p)$
g) $\sim [(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \sim (\sim q \wedge q)]$
h).$\sim [\, p \rightarrow \sim( q \wedge \sim p)] \downarrow [\sim (p \vee q) \rightarrow \sim p]$
i) $[\, (\sim p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \rightarrow \sim r)] \rightarrow (\sim p \rightarrow \sim r)$
j) $\sim\{[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (\sim r \rightarrow \sim p)\}$

2. Implicación de fórmulas:
Si
A: FVFF
B: FVVF
C: VVVF
D: FFFV

Determine mediante la tabla de verdad si:

a) La negación del bicondicional de A y B implica a la negación alterna de C y D.
b) La negación de la disyunción débil de C y D implica a la negación conjunta de A y B.
c) La conjunción de las negaciones de A y B implica a la negación del bicondicional de C y D.
d) La disyunción fuerte de A y C implica a la negación de la negación alterna de las negaciones de B y D.
e) La negación conjunta de C y la disyunción débil de A y D implica a la negación del condicional de A y B.

f) El bicondicional de las negaciones de B y D implica a la negación alterna de la negación de A y la conjunción de las negaciones de C y B.
g) La conjunción de la disyunción débil de A y C y la disyunción fuerte de B y D implica a la negación alterna de A y D.
h) La negación conjunta de A y D implica al bicondicional de la conjunción de C y B y la negación alterna de A y la negación de D.
i) La negación de la conjunción de A y el bicondicional de C y D implica a la disyunción fuerte de la negación de B y el condicional de A y D.
j) La negación del bicondicional de la conjunción de A y B y el condicional de las negaciones de C y D implica a la negación de la negación alterna de A y la disyunción débil de las negaciones de A y D.

3. Equivalencia de fórmulas:
Si
A: VVFV
B: VVVF
C: VVFF
D: FFFV

Determine mediante la tabla de verdad si:

a) La negación del bicondicional de las negaciones de A y B es equivalente a la negación alterna de C y D.
b) La negación de la disyunción fuerte de las negaciones de C y D es equivalente a la negación conjunta de las negaciones de A y B.
c) La disyunción débil de las negaciones de A y B es equivalente a la negación del bicondicional de las negaciones de C y D.
d) La conjunción de las negaciones de A y C es equivalente a la negación de la negación alterna de las negaciones de B y D.
e) La negación alterna de la negación de C y la disyunción débil de A y D es equivalente a la negación del condicional de las negaciones de A y B.

f) El condicional de las negaciones de B y D es equivalente a la negación alterna de la negación de A y la negación conjunta de las negaciones de C y B.
g) La conjunción de la disyunción débil de las negaciones de A y C y la disyunción fuerte de B y D es equivalente a la negación alterna de las negaciones de A y D.
h) La negación alterna de las negaciones de A y D es equivalente al bicondicional de la conjunción de las negaciones de C y B y la negación conjunta de las negaciones de A y D.
i) La negación del condicional de A y el bicondicional de C y D es equivalente a la disyunción débil de la negación de B y la conjunción de las negaciones de A y D.
j) La negación del bicondicional de la conjunción de A y B y el condicional de las negaciones de C y D es equivalente a la negación de la negación alterna de A y la disyunción débil de las negaciones de A y D.

## ANÁLISIS DE INFERENCIAS

La lógica es fundamentalmente una teoría de la inferencia, es análisis formal de inferencias. La lógica es una ciencia formal que estudia la validez de las inferencias. Para decidir su validez la lógica cuenta con procedimientos de varios tipos. Estos procedimientos o métodos pueden agruparse en dos clases: métodos sintácticos y métodos semánticos.

Los métodos sintácticos consisten en transformaciones puramente lógicas a partir de ciertas reglas de inferencia. La forma normal conjuntiva, el método de la deducción natural y el analógico son ejemplos de métodos sintácticos. Los métodos semánticos vinculan la noción de 'validez' con la de 'verdad'. El método de la tabla de verdad y el método abreviado son ejemplos de métodos semánticos. En lo que sigue procederemos al análisis de inferencias, es decir, determinaremos su corrección o incorrección a través de los métodos tanto semánticos como sintácticos.

### Análisis de inferencias a través de la tabla de verdad

La tabla de verdad es un algoritmo o procedimiento decisorio porque a través de la aplicación mecánica de un conjunto finito de reglas permite decidir la validez o invalidez de las inferencias. En efecto, una inferencia es válida, mediante la tabla de verdad, si y sólo si al ser formalizada y evaluada su fórmula condicional es una tautología; es invalida si la fórmula condicional es consistente o contradictoria.

Procedimiento:

Paso 1. Se ordena la inferencia, pero sólo en el caso de que su forma lógica haya sido alterada en el lenguaje natural, observando el esquema: premisas-conclusión.

Paso 2. Se explicita su forma lógica.

Paso 3. Se halla su fórmula, expresando simbólicamente sus premisas y conclusión.

Paso 4. Se construye una fórmula condicional que tenga como antecedente a las premisas unidas por el operador conjuntivo y como consecuente a la conclusión.

Paso 5. Se evalúa la fórmula condicional mediante la tabla de verdad. Si efectuada la evaluación la fórmula condicional es tautológica, entonces la inferencia es válida; si la fórmula es consistente o contradictoria, entonces no es válida.

Ejemplos:

a) El triángulo se llama isósceles si tiene dos lados iguales. No se llama isósceles. En consecuencia, no tiene dos lados iguales.

Forma lógica:

1. Si el triángulo tiene dos lados iguales, entonces el triángulo se llama isósceles.
2. El triángulo no se llama isósceles.

---

Luego, el triángulo no tiene dos lados iguales.

Fórmula:

p: el triángulo tiene dos lados iguales.
q. el triángulo se llama isósceles.

1. $p \rightarrow \quad q$
2. $\sim\ q$

$\therefore \sim p$

Fórmula condicional:
$[ ( p \rightarrow \ q ) \wedge \ \sim q ] \ \rightarrow \ \sim p$

Evaluación:

| p | q | $[ ( p \rightarrow q )$ | $\wedge$ | $\sim q ]$ | $\rightarrow$ | $\sim p$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | F | V | F |
| V | F | F | F | V | V | F |
| F | V | V | F | F | V | V |
| F | F | V | V | V | V | V |

FMT

Respuesta: La inferencia analizada es válida porque su fórmula condicional es una tautología.

b) El pueblo es una masa pasiva que sigue bien las ideas de un gran hombre, bien los preceptos de la idea absoluta. Sigue los preceptos de la idea absoluta. Por lo tanto no sigue las ideas de un gran hombre.

Forma lógica:

1. El pueblo es una masa pasiva que sigue las ideas de un gran hombre o el pueblo es una masa pasiva que sigue los preceptos de la idea absoluta.

2. El pueblo es una masa pasiva que sigue los preceptos de la idea absoluta.

Luego, el pueblo es una masa pasiva que no sigue las ideas de un gran hombre.

Fórmula:

p: el pueblo es una masa pasiva que sigue las ideas de un gran hombre.

q: el pueblo es una masa pasiva que sigue los preceptos de la idea absoluta.

1. $p \vee q$
2. $q$

$\therefore \sim p$

Fórmula condicional:

$[(p \vee q) \wedge q] \rightarrow \sim p$

Evaluación:

| p | q | $[(p \vee$ | $q) \wedge$ | $q]$ | $\rightarrow$ | $\sim p$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | F | F |
| V | F | V | F | F | V | F |
| F | V | V | V | V | V | V |
| F | F | F | F | F | V | V |

FMC

Respuesta: La inferencia analizada no es válida porque su fórmula condicional es consistente.

c) Sin variables ni operadores no hay lenguaje formalizado. Ocurre que no hay variables ni operadores. Luego, no hay lenguaje formalizado.

Forma lógica:

1. Si no variables y no hay operadores, entonces no hay lenguaje formalizado.
2. No hay variables y no hay operadores.

Luego, no hay lenguaje formalizado.

Fórmula:

p: hay variables.

q: hay operadores.

r: hay lenguaje formalizado.

1. $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$
2. $\sim p \wedge \sim q$

$\therefore \sim r$

Fórmula condicional:

$$\{[(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r] \wedge (\sim p \wedge \sim q)\} \rightarrow \sim r$$

Evaluación:

| p | q | r | $\{[(\sim p$ | $\wedge$ | $\sim q)$ | $\rightarrow$ | $\sim r]$ | $\wedge$ | $(\sim p \wedge \sim q)\}$ | $\rightarrow$ | $\sim r$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | F | F | V | F | F | F | V | F |
| V | V | F | F | F | F | V | V | F | F | V | V |
| V | F | V | F | F | V | V | F | F | F | V | F |
| V | F | F | F | F | V | V | V | F | F | V | V |
| F | V | V | V | F | F | V | F | F | F | V | F |
| F | V | F | V | F | F | V | V | F | F | V | V |
| F | F | V | V | V | V | F | F | F | V | V | F |
| F | F | F | V | V | V | V | V | V | V | V | V |

FMT

Respuesta: La inferencia es válida pues su fórmula es tautológica.

d) Si Pedro es burgués, es propietario de los medios de producción social y emplea trabajo asalariado. Es burgués y propietario de los medios de producción social. Luego, Pedro emplea trabajo asalariado.

Forma lógica:

1. Si Pedro es burgués, entonces Pedro es propietario de los medios de producción social y Pedro emplea trabajo asalariado.
2. Pedro es burgués y Pedro es propietario de los medios de producción social.

---

Luego, Pedro emplea trabajo asalariado.

Fórmula:

p: Pedro es burgués.
q: Pedro es propietario de los medios de producción social.
r: Pedro emplea trabajo asalariado.

1. $p \rightarrow (q \wedge r)$
2. $p \wedge q$

---

$\therefore r$

Fórmula condicional:

$$\{[p \rightarrow (q \wedge r)] \wedge (p \wedge q)\} \rightarrow r$$

Evaluación:

| p | q | r | $\{[p \rightarrow (q \wedge r)] \wedge (p \wedge q)\} \rightarrow r$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | F | F | F | F | V | V |
| V | F | V | F | F | F | F | V |
| V | F | F | F | F | F | F | V |
| F | V | V | V | V | F | F | V |
| F | V | F | V | F | F | F | V |
| F | F | V | V | F | F | F | V |
| F | F | F | V | F | F | F | V |

FMT

Respuesta: La inferencia es válida porque su fórmula es tautológica.

e) Los actos del Presidente de la República son nulos a menos que tengan refrendación ministerial. Son nulos, pues no tienen refrendación ministerial.

Ordenando la inferencia:

Si los actos del Presidente de la República tienen refrendación ministerial, no son nulos; no tienen refrendación ministerial. Por tanto, son nulos.

Forma lógica:

1. Si los actos del presidente de la República tienen refrendación ministerial, entonces los actos del Presidente de la República no son nulos.
2. Los actos del Presidente de la República no tienen refrendación ministerial.

---

Luego, los actos del Presidente de la República son nulos.

Fórmula:

p: los actos del Presidente de la República tienen refrendación ministerial.
q: los actos del Presidente de la República son nulos.

$$
\begin{array}{l}
1.\ p \rightarrow \sim q \\
2.\ \sim p \\
\hline
\therefore q
\end{array}
$$

Fórmula condicional:

$$[ ( p \rightarrow \sim q ) \wedge \sim p ] \rightarrow q$$

Evaluación:

| p | q | $[(p \rightarrow$ | $\sim q)$ | $\wedge$ | $\sim p]$ | $\rightarrow q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | F | F | F | F | V |
| V | F | V | V | F | F | V |
| F | V | V | F | V | V | V |
| F | F | V | V | V | V | F |

FMC

Respuesta: La inferencia no es válida ya que su fórmula es consistente.

## Análisis de inferencias por el método abreviado

Cuando el número de variables pasa de tres se torna engorroso el método de la tabla de verdad. Para superar este inconveniente, se usa el método abreviado o de invalidez, que resulta mucho más corto si bien se encuentra estrechamente vinculado con el de la tabla de verdad.

El procedimiento es inverso pues en tanto que en la tabla de verdad se comienza por las variables y por el operador de menor jerarquía avanzando hacia el de mayor jerarquía cuyo valor queda determinado por la matriz principal o cifra tabular, en cambio en el método abreviado se comienza por la cifra tabular y por el operador de mayor jerarquía y se avanza hacia el de menor jerarquía terminando en las variables.

Desde luego, tratándose de una inferencia su fórmula será siempre condicional o implicativa y, en relación con la cual, sabemos que es falsa si y sólo si su antecedente es verdadero y su consecuente es falso. El método consiste en lo siguiente: si de alguna manera es posible asignar valores veritativos a las fórmulas atómicas constituyentes de suerte que resulte verdadero el antecedente y falso el consecuente se demostrará que la inferencia es inválida.

Procedimiento:

a) Se supone verdadero el antecedente y falso el consecuente.
b) Se determinan los valores de las variables del consecuente de manera que expresen la falsedad de éste.
c) Se trasladan estos valores al antecedente y se designan los valores de las demás variables tratando de hacer verdadero el antecedente.
d) Si se verifica la hipótesis, la fórmula es no tautológica, en consecuencia, la inferencia correspondiente será inválida; si no se verifica la hipótesis, la fórmula será tautológica, en consecuencia, la inferencia correspondiente será válida.

Ejemplo 1

Sea la inferencia:

'Si eres fiscal, eres abogado. Si eres profesional, eres abogado. Luego, si eres fiscal, eres profesional'

Fórmula: $[( p \rightarrow q ) \wedge ( r \rightarrow q) ] \rightarrow ( p \rightarrow r)$

Procedimiento;

a) Se supone V (verdadero) el antecedente y F (falso) el consecuente:

$$\underbrace{[( p \rightarrow q ) \wedge ( r \rightarrow q) ]}^{V} \rightarrow \overbrace{( p \rightarrow r)}^{F}$$

b) Se determina el valor de las variables del consecuente:

$$\overbrace{[( p \rightarrow q ) \wedge ( r \rightarrow q) ]}^{V} \rightarrow \overbrace{( \underset{V}{p} \underset{F}{\rightarrow} \underset{F}{r})}^{F}$$

c) Se trasladan estos valores al antecedente y se asignan los valores a las demás variables:

V F

$[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

V V V V F V V F V F F

d) Habiendo asignado el valor de ‘V’ a la variable ‘q’, las dos premisas han asumido el valor de verdad y todo el antecedente ha tomado el valor de verdad con lo que queda verificada la hipótesis siendo, por lo tanto, la fórmula no tautológica; es decir, la inferencia correspondiente inválida.

Ejemplo 2

Sea la inferencia:

‘Si eres cardiólogo, eres médico. Si eres médico, eres colegiado. Luego, si eres cardiólogo, eres colegiado’.

Fórmula: $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

Procedimiento:

Realizados los pasos hasta c), se llega a lo siguiente:

V F

$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

V V V F V F F V V F F

Donde puede comprobarse que al falsear el consecuente se ha falseado una premisa y, falseando una premisa, se ha falseado todo el antecedente, lo que demuestra que la fórmula es tautológica, es decir, la inferencia correspondiente, válida.

Este método también puede explicarse así:

V F

$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

V V V/$_F$V F V F V F F

Es decir, haciendo verdadero el antecedente, la variable 'q' asume dos valores, lo que es contradictorio. Falseando el consecuente se llega a una contradicción en el antecedente, lo que demuestra que la fórmula es tautológica, es decir, la inferencia es válida.

### Análisis de inferencias mediante el método analógico

Este método consiste en comparar la forma o estructura de la inferencia que se quiere analizar con otra lógicamente válida.

Procedimiento:

Paso 1. Se explicita su forma lógica.

Paso 2. Se halla la fórmula.

Paso 3. Se confronta la fórmula obtenida con las reglas de inferencia conocidas. Si la fórmula coincide con una de estas reglas podemos inferir inequívocamente que la inferencia original es válida; pero si la fórmula obtenida atenta contra una de ellas entonces la inferencia no es válida.

Este método es muy práctico aunque limitado a la confrontación con una lista previa de reglas conocidas. Consecuentemente, presupone el empleo de ciertas reglas de la lógica proposicional. En efecto, antes de efectuar el análisis de inferencias por este método presentaremos la lista de las principales reglas de la lógica proposicional y las leyes correspondientes.

#### Leyes de la lógica proposicional

Las leyes lógicas son tautologías o formas lógicamente verdaderas. Son fórmulas verdaderas independientemente de los valores que asumen sus variables proposicionales componentes. Su estudio es tarea fundamental de la lógica de proposiciones, puesto que ellas constituyen un poderoso instrumento para el análisis de inferencias. En efecto, una inferencia es válida si y sólo si tiene la forma de una ley lógica; en cambio, si una inferencia tiene la apariencia de ser lógicamente válida, pero que al ser formalizada su estructura lógica no es la de una ley lógica o tautología entonces se dice que es una inferencia no válida o falacia.

A diferencia de las leyes —que son expresiones del cálculo lógico, es decir, expresiones del lenguaje lógico—, las reglas lógicas son expresiones metalógicas, es decir, prescripciones que nos permiten pasar correctamente de una o más premisas a una conclusión.

Los tres principios lógicos fundamentales conocidos por los filósofos y lógicos tradicionales fueron: el de identidad, el de no-contradicción y el del tercio excluido.

a) El principio de identidad

Formulación ontológica: Toda cosa es idéntica a sí misma.

Formulación lógica: Toda proposición es verdadera si y sólo si ella misma es verdadera.

Fórmula: $p \leftrightarrow p$ o también $p \rightarrow p$

b) El principio de no-contradicción

Formulación ontológica: Es imposible que una cosa sea y no sea al mismo tiempo y bajo el mismo respecto.

Formulación lógica: Es falso que una proposición sea verdadera y falsa al mismo tiempo.

Fórmula: $\sim (p \wedge \sim p)$

c) El principio del tercio excluido

Formulación ontológica: Una cosa o bien tiene una propiedad o bien no la tiene y no hay una tercera posibilidad.

Formulación lógica: Una proposición o es verdadera o es falsa. No existe una posibilidad intermedia.

Fórmula: $p \vee \sim p$

Estos principios lógicos fundamentales gozaban de una situación de privilegio, puesto que los lógicos desde la antigüedad los consideraban dotados de ciertos atributos, tales como: eran evidentes, universalmente verdaderos y constituían la base de toda inferencia válida.

La lógica moderna ha cuestionado tales atributos. En efecto, ha rechazado el criterio de evidencia, por ser éste un criterio eminentemente psicológico. Igualmente, ha precisado que el principio del tercio excluido no es universalmente verdadero. Por ejemplo, no es válido en las llamadas lógicas polivalentes en donde se admite, además de los valores verdadero y falso, un tercer valor. Finalmente, sostiene que estos tres principios son insuficientes para probar la validez de todas las inferencias, aun dentro de los límites de la lógica proposicional.

Para la lógica moderna ninguna ley lógica tiene una situación de privilegio. Todas las tautologías tienen igual jerarquía.

**Principales reglas y leyes de la lógica proposicional**

1) Regla del Modus Ponens (MP): A partir de una fórmula condicional y de su antecedente, se obtiene su consecuente.

$$\begin{array}{l} 1.\ A \rightarrow B \\ \underline{2.\ A \qquad\quad} \\ \therefore\ B \end{array}$$

Ley del Modus Ponens (MP)

$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

2) Regla del Modus Tollens (MT): A partir de una fórmula condicional y de la negación de su consecuente, se obtiene la negación del antecedente.

$$\begin{array}{l} 1.\ A \rightarrow B \\ \underline{2.\ \sim B \qquad\quad} \\ \therefore\ \sim A \end{array}$$

Ley del Modus Tollens (MT)

$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$

3) Regla del Silogismo Hipotético (SH): A partir de dos fórmulas condicionales, donde el consecuente de la primera es el antecedente de la segunda, se obtiene una condicional formada por el antecedente de la primera y el consecuente de la segunda.

$$\begin{array}{l} 1.\ A \rightarrow B \\ \underline{2.\ B \rightarrow C} \\ \therefore\ A \rightarrow C \end{array}$$

Ley del Silogismo Hipotético (SH)

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

4) Regla del Silogismo Disyuntivo (SD): A partir de una fórmula disyuntiva y de la negación de una de sus componentes, se obtiene la otra componente.

a) $$\begin{array}{l} 1.\ A \vee B \\ \underline{2.\ \sim A} \\ \therefore\ B \end{array}$$

Ley del Silogismo Disyuntivo (SD)

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

b) $$\begin{array}{l} 1.\ A \vee B \\ \underline{2.\ \sim B} \\ \therefore\ A \end{array}$$

$$[(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$$

5) Regla del Dilema Constructivo (DC): A partir de dos fórmulas condicionales y de la disyunción de sus antecedentes se obtiene la disyunción de sus consecuentes.

$$\begin{array}{l} 1.\ A \rightarrow B \\ 2.\ C \rightarrow D \\ \underline{3.\ A \vee C} \\ \therefore B \vee D \end{array}$$

Ley del Dilema Constructivo (DC)

$$\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (p \vee r)\} \rightarrow (q \vee s)$$

6) Regla del Dilema Destructivo (DD): A partir de dos fórmulas condicionales y de la disyunción de las negaciones de sus consecuentes, se obtiene la disyunción de las negaciones de sus antecedentes.

1. $A \rightarrow B$ — Ley del Dilema Destructivo (DD)
2. $C \rightarrow D$ — $\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (\sim q \vee \sim s)\} \rightarrow (\sim p \vee \sim r)$
3. $\sim B \vee \sim D$

$\therefore \sim A \vee \sim C$

7) Regla de la Simplificación (Simp.): A partir de la conjunción de dos fórmulas se obtiene una de ellas.

a) 1. $A \wedge B$ — Ley de Simplificación (Simp.)

$\therefore B$ — $(p \wedge q) \rightarrow q$

b) 1. $A \wedge B$

$\therefore A$ — $(p \wedge q) \rightarrow p$

8) Regla de la Conjunción (Conj.): A partir de dos fórmulas se obtiene la conjunción de ambas.

1. $A$ — Ley de la Conjunción (Conj.)
2. $B$ — $(p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$

$\therefore A \wedge B$

9) Regla de la Adición (Ad.): A partir de una fórmula se obtiene la disyunción de esa fórmula con cualquier otra.

1. $A$ — Ley de la Adición (Ad.)

$\therefore A \vee B$ — $p \rightarrow (p \vee q)$

Ejemplos de análisis de inferencias a través del método analógico:

a) Dos vectores son iguales si tienen la misma magnitud la misma dirección y sentido. Tienen la misma magnitud, la misma dirección y sentido. En consecuencia son iguales.

Forma lógica:

1. Si dos vectores tienen la misma magnitud y dos vectores tienen la misma dirección y dos vectores tienen el mismo sentido, entonces dos vectores son iguales.

2. Dos vectores tienen la misma magnitud y dos vectores tienen la misma dirección y dos vectores tienen el mismo sentido.

---

Luego, dos vectores son iguales.

Fórmula:

p: dos vectores tienen la misma magnitud.
q: dos vectores tienen la misma dirección.
r: dos vectores tienen el mismo sentido.
s: dos vectores son iguales.

$$\begin{array}{l} 1.\ (p \land q \land r) \rightarrow s \\ 2.\ p \land q \land r \\ \hline \therefore s \end{array}$$

que coincide con la estructura válida del Modus Ponens: $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \\ \hline \therefore B \end{array}$

Respuesta: La inferencia es válida por MP

b) Tanto la dinámica como la cinemática estudian el movimiento. Por tanto, la cinemática estudia al movimiento.

Forma lógica:

1. La dinámica estudia al movimiento y la cinemática estudia el movimiento.

---

Luego, la cinemática estudia el movimiento.

Fórmula:

p: La dinámica estudia el movimiento
q: La cinemática estudia el movimiento

$$\begin{array}{l} 1.\ p \land q \\ \hline \therefore q \end{array}$$

que coincide con la estructura válida de la Simplificación:

$$\frac{A \wedge B}{\therefore B}$$

Respuesta: La inferencia es válida por Simp.

c) Una expresión algebraica no es prima a menos que sea divisible por ella misma y por la unidad. No es prima. En consecuencia, es falso que sea divisible por ella misma y por la unidad.
Forma lógica:

1. Si una expresión algebraica es divisible por ella misma y una expresión algebraica es divisible por la unidad, entonces la expresión algebraica es prima.
2. La expresión algebraica no es prima.

Luego, es falso que la expresión algebraica sea divisible por ella misma y la expresión algebraica sea divisible por la unidad.

Fórmula:
p: Una expresión algebraica es divisible por sí misma
q: Una expresión algebraica es divisible por la unidad
r: Una expresión algebraica es prima

$$\begin{array}{l} 1.\ (p \wedge q) \rightarrow r \\ 2.\ \sim r \\ \hline \therefore \sim (p \wedge q) \end{array}$$

que coincide con la estructura válida del Modus Tollens:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \sim B \\ \hline \therefore \sim A \end{array}$$

Respuesta: La inferencia es válida por MT

d) 3 es menor que 4 si 4 es mayor que 3. Y 3 es diferente de 4 si 3 es menor que 4. Luego, 4 es mayor que 3 si 3 es diferente de 4.

Forma lógica:

1. Si 4 es mayor que 3, entonces 3 es menor que 4.
2. Si 3 es menor que 4, entonces 3 es diferente de 4.

---

Luego, si 3 es diferente de 4, entonces 4 es mayor que 3.

Fórmula:

p: 4 es mayor que 3
q: 3 es menor que 4
r: 3 es diferente de 4

$$\begin{array}{l} 1.\ p \rightarrow q \\ 2.\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore\ r \rightarrow p \end{array}$$

que no coincide con la estructura válida del Silogismo Hipotético:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \\ \hline \therefore A \rightarrow C \end{array}$$

Respuesta: La inferencia no es válida porque atenta contra SH

e) Enrique representa a la Nación y no está sujeto a mandato imperativo porque es congresista. Representa a la Nación y no está sujeto a mandato imperativo. Luego es congresista.

Forma lógica:

1. Si Enrique es congresista, entonces Enrique representa a la Nación y Enrique no está sujeto a mandato imperativo.
2. Enrique representa a la Nación y Enrique no está sujeto a mandato imperativo.

---

Luego, Enrique es congresista.

Fórmula:
p: Enrique es congresista
q: Enrique representa a la Nación
r: Enrique está sujeto a mandato imperativo

1. $p \rightarrow (q \wedge \sim r)$
2. $q \wedge \sim r$

$\therefore p$

que no coincide con la estructura válida del Modus Ponens:

$A \rightarrow B$
$A$

$\therefore B$

Respuesta: La inferencia no es válida porque atenta contra MP

f) Si es selectivo, metódico y explicativo, el conocimiento es científico. Si es problemático, crítico y trascendente, el conocimiento es filosófico. Es selectivo, metódico y explicativo o es problemático, crítico y trascendente. En consecuencia, el conocimiento es científico o es filosófico.

Forma lógica:

1. Si el conocimiento es selectivo y el conocimiento es metódico y el conocimiento es explicativo, entonces el conocimiento es científico.
2. Si el conocimiento es problemático y el conocimiento es crítico y el conocimiento es trascendente, entonces el conocimiento es filosófico.
3. El conocimiento es selectivo y el conocimiento es metódico y el conocimiento es explicativo o el conocimiento es problemático y el conocimiento es crítico y el conocimiento es trascendente.

Luego, el conocimiento es científico o el conocimiento es filosófico.

Fórmula:
p: el conocimiento es selectivo.
q: el conocimiento es metódico
r: el conocimiento es explicativo
s: el conocimiento es científico
t: el conocimiento es problemático
u: el conocimiento es crítico.
v. el conocimiento es trascendente.
w: el conocimiento es filosófico.

$$
\begin{array}{l}
1.\ (p \wedge q \wedge r) \rightarrow s \\
2.\ (t \wedge u \wedge v) \rightarrow w \\
\hline
3.\ (p \wedge q \wedge r) \vee (t \wedge u \wedge v) \\
\therefore\ s \vee w
\end{array}
$$

que coincide con la estructura válida del Dilema Constructivo.

$$
\begin{array}{l}
A \rightarrow B \\
C \rightarrow D \\
\hline
A \vee C \\
\therefore\ B \vee D
\end{array}
$$

Respuesta: La inferencia es válida por DC

**Equivalencias tautológicas**

1. Tautología (Tau)

a) $(p \wedge p) \equiv p$

b) $(p \vee p) \equiv p$

2. Doble Negación (DN)

$\sim \sim p \equiv p$

3. De Morgan (De M)

a) $\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

b) $\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$

c) $(p \wedge q) \equiv \sim (\sim p \vee \sim q)$

d) $(p \vee q) \equiv \sim (\sim p \wedge \sim q)$

4. Conmutación (Conm.)

a) $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$

b) $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

c) $(p \not\leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$

d) $(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$

e) $(p \downarrow q) \equiv (q \downarrow p)$

f) $(p \mid q) \equiv (q \mid p)$

5. Asociación (Asoc.)

a) $[p \wedge (q \wedge r)] \equiv [(p \wedge q) \wedge r]$

b) $[p \vee (q \vee r)] \equiv [(p \vee q) \vee r]$

c) $[p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)] \equiv [(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r]$

6. Distribución (Dist.)

a) $[p \wedge (q \vee r)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

b) $[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

c) $[p \rightarrow (q \wedge r)] \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)]$

d) $[p \rightarrow (q \vee r)] \equiv [(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)]$

7. Definición de Implicación Material (Impl.)

a) $(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$

b) $(p \rightarrow q) \equiv \sim (p \wedge \sim q)$

8. Definición de Equivalencia Material (Equiv.)

a) $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$

b) $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)]$

9. Definición de Disyunción Exclusiva (Def. DE)

$(p \not\leftrightarrow q) \equiv [(p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)]$

10. Definición de Negación Conjunta (Def. NC)

$(p \downarrow q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$

11. Definición de Negación Alterna (Def. NA)

$(p \mid q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

12. Transposición (Trans.)

a) $(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow \sim p)$

b) $(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim q \leftrightarrow \sim p)$

13. Exportación (Exp.)

$[(p \wedge q) \rightarrow r) \equiv [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

14. Expansión (Expan.)

a) $p \equiv [p \wedge (q \vee \sim q)]$

b) $p \equiv [p \vee (q \wedge \sim q)]$

c) $(p \rightarrow q) \equiv [p \leftrightarrow (p \wedge q)]$

d) $(p \rightarrow q) \equiv [q \leftrightarrow (p \vee q)]$

15. Absorción (Abs.)

a) $[p \wedge (p \vee q)] \equiv p$

b) $[p \vee (p \wedge q)] \equiv p$

c) $[p \wedge (\sim p \vee q)] \equiv (p \wedge q)$

d) $[p \vee (\sim p \wedge q)] \equiv (p \vee q)$

16. Reglas de Equivalencia:

R1) $(T \wedge C) \equiv C$

R2) $(T \vee C) \equiv T$

R3) $(T \wedge T) \equiv T$

R4) $(T \vee T) \equiv T$

R5) $(\perp \wedge C) \equiv \perp$

R6) $(\perp \vee C) \equiv C$

R7) $(\perp \wedge \perp) \equiv \perp$

R8) $(\perp \vee \perp) \equiv \perp$

Donde:

T= Tautología

$\perp$= Contradiccón

C= Consistencia

## Cuestionario N.º 8

1. ¿En qué consisten los métodos sintácticos y cuáles son ejemplos de éstos?
2. ¿En qué consisten los métodos semánticos y cuáles se pueden señalar?

3. ¿Por qué se dice que la tabla de verdad es un procedimiento algorítmico?
4. Si se aplica el procedimiento de la tabla de verdad a una inferencia, ¿cuándo es ésta válida?
5. ¿Cuál es el procedimiento a seguir en la aplicación de la tabla de verdad?
6. ¿En qué consiste el método abreviado?
7. ¿En qué consiste el método analógico de análisis de inferencias y cuál es su procedimiento?
8. ¿Qué diferencia existe entre leyes lógicas y reglas lógicas?
9. ¿Cuáles son los tres principios lógicos fundamentales, cuál es su formulación ontológica y cuál su formulación lógica?
10. ¿Cuáles son las principales reglas y cuáles las principales leyes de la lógica proposicional? Enúncielas.

## Ejercicio N.º 11
## Análisis de inferencias mediante la tabla de verdad, el método abreviado y el método analógico

1. Determine mediante la tabla de verdad si las siguientes inferencias son válidas o inválidas:

a) Si se levanta la veda, entoces se podrá pescar anchoveta. No se puede pescar anchoveta. Luego, no se levantó la veda.
b) Si no se levanta la veda, entoces no se podrá pescar anchoveta. Se puede pescar anchoveta. En consecuencia, se ha levantado la veda.
c) Si hay veda, entonces no se podrá pescar atún. Hay veda. Por tanto, no se puede pescar atún.
d) Si las aguas del mar peruano se enfrían excesivamente, entonces no habrá buena actividad pesquera. No habrá buena actividad pesquera. En consecuencia, las aguas del mar peruano se enfrían excesivamente.
e) Si el mar peruano se calienta excesivamente, no habrá buena actividad pesquera. El mar peruano no se calienta excesivamente. Luego, habrá buena actividad pesquera.

f) Si hay especulación con el tipo de cambio, se incrementará la cotización del dólar y devaluará el nuevo sol. Se ha incrementado la cotización del dólar y devaluado el nuevo sol. Por tanto, hay especulación con el tipo de cambio.

g) Si se incrementa la cotización del dólar y devalúa el nuevo sol, hay especulación con el tipo de cambio. No hay especulación con el tipo de cambio. Luego, es falso que se haya incrementado la cotización del dólar y devaluado el nuevo sol.

h) Si no se incrementa la cotización del dólar ni devalúa el nuevo sol, entonces no hay especulación con el tipo de cambio. Hay especulación con el tipo de cambio. En consecuencia, se incrementa la cotización del dólar y devalúa el nuevo sol.

i) Si las aguas del mar peruano se enfrían excesivamente, no se podrá pescar anchoveta ni atún. Ocurre que no se puede pescar anchoveta ni atún. Por tanto, las aguas del mar peruano se han enfriado excesivamente.

j) Si se produjo la tragedia de Mesa Redonda, entonces la DICSCAMEC cometió irregularidades al entregar autorizaciones a comerciantes y no fiscalizó la comercialización de los pirotécnicos. Se produjo la tragedia de Mesa Redonda. Por tanto, la DICSCAMEC cometió irregularidades al entregar autorizaciones a comerciantes y no fiscalizó la comercialización de los pirotécnicos.

2. Mediante el método abreviado diga si las siguientes fórmulas son tautológicas o no:

a) $[(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$
b) $\{p \wedge [(q \wedge p) \rightarrow \sim r]\} \rightarrow (r \rightarrow \sim q)$
c) $\{[p \rightarrow (q \vee \sim r)] \wedge r\} \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$
d) $\{[p \vee (q \rightarrow \sim r)] \wedge r\} \rightarrow (p \vee \sim q)$
e) $\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (\sim q \vee \sim s)\} \rightarrow (\sim p \vee \sim r)$
f) $(p \wedge q) \rightarrow [(\sim p \leftrightarrow r) \vee (\sim q \nleftrightarrow \sim r)]$
g) $[(\sim r \leftrightarrow q) \wedge \sim (p \leftrightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow q)$
h) $[(p \rightarrow \sim r) \rightarrow (r \rightarrow s)] \rightarrow \sim [(s \nleftrightarrow q) \wedge \sim p]$

i) $\{[(p \vee q) \rightarrow \sim r] \wedge (\sim r \rightarrow s)\} \rightarrow [(p \vee q) \rightarrow s]$

j) $[(p \rightarrow (q \vee r)] \rightarrow [(s \leftrightarrow q) \vee (\sim s \nleftrightarrow r)]$

3. Determine mediante el método abreviado si las siguientes inferencias son válidas o inválidas:

a) Si se produjo la tragedia de Mesa Redonda, entonces la DICSCAMEC cometió irregularidades al entregar autorizaciones a comerciantes y al no denunciar ante la fiscalía la comercialización ilegal de los pirotécnicos. La DICSCAMEC cometió irregularidades al entregar autorizaciones a comerciantes y al no denunciar ante la fiscalía la comercialización ilegal de los pirotécnicos. En consecuencia, se produjo la tragedia de Mesa Redonda.

b) Si las aguas del mar peruano se enfrían o calientan excesivamente, entonces no se podrá pescar anchoveta ni atún. No se puede pescar anchoveta ni atún. Por tanto, las aguas del mar peruano se han enfriado o calentado excesivamente.

c) Si la DICSCAMEC entregó autorizaciones a comerciantes y no denunció ante la fiscalía la comercialización ilegal de los pirotécnicos, entoces cometió irregularidades y será declarada en reorganización por el Ministerio del Interior. La DICSCAMEC no entregó autorizaciones a comerciantes y denunció ante la fiscalía la comercialización ilegal de los pirotécnicos. Luego, no cometió irregularidades y no será declarada en reorganización por el Ministerio del Interior.

d) Si no se puede pescar anchoveta ni atún, entonces las aguas del mar peruano se han enfriado o calentado excesivamente. Las aguas del mar peruano se han calentado o enfriado excesivamente. Por tanto, no se puede pescar anchoveta ni atún.

e) La tragedia de Mesa Redonda dejó cerca de trescientos muertos, doscientos desaparecidos, más de doscientos cincuenta heridos y setecientos locales devastados. En consecuencia, dejó diez millones de dólares en pérdidas materiales.

f) Si la tragedia de Mesa Redonda dejó centenares de muertos, entonces debe investigarse las causas y sancionar a los responsables. La tragedia de Mesa Redonda dejó centenares de muertos y heridos. Luego, debe investigarse las causas y sancionar a los responsables.

g) La tragedia de Mesa Redonda dejó diez millones de dólares en pérdidas materiales y se incautaron doscientas toneladas de material pirotécnico. En consecuencia, se tendrá que invertir entre diez y veinte millones de dólares para la recuperación del área afectada de Mesa Redonda.

h) La venta de artefactos pirotécnicos será prohibida al público, sin embargo los especialistas en la materia podrán solicitar una autorización a la DICSCAMEC para realizar espectáculos pirotécnicos. En consecuencia, no se podrá importar artículos pirotécnicos detonantes y las personas que ocasionen lesiones graves por el uso de estos artículos serán sancionadas con penas privativas de libertad de hasta quince años.

i) Si el Presidente de Chile designa como ministra de defensa a una mujer, médica y madre de tres hijos, entonces rompe la tradición machista de sus fuerzas armadas. El Presidente de Chile designó como ministra de defensa a una mujer, médica y madre de tres hijos. Luego, rompió la tradición machista de sus fuerzas armadas.

j) Si el Presidente de Chile designa como ministra de defensa a una mujer, socialista e hija de un militar constitucionalista, entonces será bien recibida por los peruanos esta designación. Los peruanos han recibido bien esta designación. Por tanto, el Presidente de Chile ha designado como ministra de defensa a una mujer, socialista e hija de un militar constitucionalista.

k) Si dos miembros de una desigualdad son positivos y se elevan a una misma potencia positiva, el signo de la desigualdad no cambia. Si los dos miembros de una desigualdad son negativos y se elevan a una misma potencia positiva, el signo de la desigualad cambia. Por tanto, el signo de la desigualdad cambia o no cambia.

l) Si dos miembros de una misma desigualdad se multiplican o dividen por una misma cantidad positiva, el signo de la desigualdad no varía. Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por una misma cantidad negativa, el signo de la desigualdad varía. Luego el signo de la desigualdad varía o no varía.

m) Dos polígonos son iguales si y sólo si tienen respectivamente iguales todos sus lados e iguales los ángulos comprendidos entre los lados respectivamente iguales. Dos polígonos son iguales. Luego, tienen respectivamente iguales todos sus lados.

n) O la vitamina A no es requerida por el hombre o es requerida por otros vertebrados. La vitamina A no es hidrosoluble o se almacenan en el hígado. En consecuencia, la vitamina A no es hidrosoluble ni antihemorrágica si es requerida por el hombre.

ñ) Las bacterias son organismos microscópicos y causa de enfermedades graves en el hombre o no son organismos microscópicos ni causa de enfermedades graves en el hombre. Si las bacterias tienen forma de bastoncillos, se llaman bacilos. Luego las bacterias son organismos microscópicos si y sólo si son causa de enfermedades graves en el hombre

4. Escribe la conclusión correcta a partir de las siguientes premisas, aplicando las reglas lógicas que se indica:

a) 1. $(p \vee q \vee r) \wedge (\sim p \vee \sim q \vee \sim r)$ (Simp.)

b) 1. $\sim(\sim p \rightarrow \sim q) \mid \sim r$ (Ad.)

c) 1. $(p \wedge q) \rightarrow (r \mid \sim s)$
2. $p \wedge q$ (MP)

d) 1. $(p \wedge q \wedge r) \rightarrow \sim t$
2. $\sim s \rightarrow (p \vee q \vee r)$
3. $(p \wedge q \wedge r) \vee \sim s$ (DC)

e) 1. $(\sim p \vee \sim q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
2. $(r \mid \sim s) \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$ (SH)

f) 1. $p \rightarrow (q \wedge r)$
2. $(s \vee t) \downarrow (\sim s \wedge \sim r)$ (Conj.)

g) 1. $\sim ( p \rightarrow q ) \rightarrow ( r \rightarrow s )$
   2. $\sim ( r \rightarrow s )$ (MT)

h) 1. $( \sim s \rightarrow \sim r ) \rightarrow \sim ( \sim p \wedge \sim q )$
   2. $\sim p \wedge \sim q$ (MT)

i) 1. $( p \rightarrow q ) \vee \sim ( r \wedge s )$
   2. $r \wedge s$ (SD)

j) 1. $\sim p \rightarrow \sim q$
   2. $[ p \vee ( r \rightarrow s ) ] \rightarrow [ ( p \downarrow q ) \rightarrow \sim t ]$
   3. $q \vee \sim [ (p \downarrow q) \rightarrow \sim t ]$ (DD)

5. Escribe la conclusión correcta a partir de las siguientes premisas, aplicando las reglas lógicas que se indica:

a) Si A es un subconjunto de B, entonces todo elemento de A es también elemento de B. A es un subconjunto de B. Luego, (MP)
b) La Corriente del Niño eleva la temperatura ambiental de la costa norte del Perú. En consecuencia, (Ad.)
c) La vitamina C se encuentra en los jugos de frutas cítricas y la vitamina K es antihemorrágica. Luego, (Simp.)
d) Si la célula es la unidad básica de la materia viva, entonces es la base de la formación de los tejidos orgánicos. Pero es falso que la célula sea la base de la formación de los tejidos y órganos. Luego, (MT)
e) Si un ministro de Estado no ha cesado en el cargo, entonces puede postular a la Presidencia de la República y si un miembro de las Fuerzas Armadas no ha pasado a la situación de retiro, entonces no puede postular a la Presidencia de la República. En consecuencia, (Simp.)
f) Si los hidrocarburos son compuestos orgánicos, entonces contienen carbono e hidrógeno. Los hidrocarburos son compuestos orgánicos. Luego, (MP)
g) Si ha ocurrido una transformación en la estructura molecular de una sustancia, entonces se ha producido una reacción química.

Si se ha producido una reacción química, entonces ha ocurrido un fenómeno químico. Luego, (SH)

h) Si el Congreso se reúne en legislatura ordinaria, entonces ha sido convocado por su presidente. Si el Congreso se reúne en legislatura extraordinaria, entonces ha sido convocado a pedido del Presidente de la República. El Congreso no ha sido convocado por el presidente del Congreso o no ha sido convocado a pedido del Presidente de la República. En consecuencia, (DD)

i) El carbón vegetal se obtiene por la combustión incompleta de la leña o calcinando los huesos en recipientes cerrados. El carbón vegetal no se obtiene calcinando los huesos en recipientes cerrados. Luego, (SD)

j) Si no hay carbono y no hay oxígeno y no hay nitrógeno y no hay hidrógeno, entonces no hay vida. Hay vida. Luego, (MT)

6. Determine la validez o invalidez de las siguientes inferencias a través del método analógico:

a) Si el Presidente de la República sale del territorio nacional, el Primer Vicepresidente se encarga del despacho. El Presidente de la República sale del territorio nacional. Por tanto, el Primer Vicepresidente se encarga del despacho.

b) El cónyuge extranjero está facultado para optar por la nacionalidad peruana si tiene dos años de matrimonio y de domicilio en el Perú. No está facultado para optar por la nacionalidad peruana. Luego, es falso que tenga dos años de matrimonio y de domicilio en el Perú.

c) De elevarse los impuestos, habrá déficit. Habrá desocupación si hay déficit. En consecuencia, de elevarse los impuestos, habrá desocupación.

d) Si padeces de asma, eres víctima de sofocaciones intermitentes. Si padeces de bronquios, tienes inflamados los bronquios. O padeces de asma o no padeces de bronquios. Luego, o no eres víctima de sofocaciones intermitentes o no tienes inflamados los bronquios.

e) Eres un melómano si tienes afición desmedida por la música. Si eres melómano, no eres megalómano. Por tanto, no eres megalómano si tienes afición desmedida por la música.
f) Eres un misántropo si manifiestas aversión o repugnancia al trato humano. Ocurre que es falso que manifiestas aversión o repugnancia al trato humano. Luego, no eres un misántropo.
g) O Euclides es un sabio alejandrino o Lobachevski y Riemann son matemáticos. Euclides es un sabio alejandrino. Luego, es falso que Lobachevski y Riemann sean matemáticos.
h) Frege es matemático y lógico alemán y Russell es filósofo y lógico inglés. Luego, Frege es matemático.
i) La tabla de verdad no es un algoritmo a menos que permita decidir mecánicamente la validez o invalidez de las inferencias. La tabla de verdad es un algoritmo. En consecuencia, permite decidir mecánicamente la validez o invalidez de las inferencias.
j) Heidegger y Sartre son filósofos existencialistas si centran la reflexión filosófica en el problema de la existencia humana. Centran la reflexión filosófica en el problema de la existencia humana. Luego, son filósofos existencialistas.

7. Escriba el equivalente de las siguientes fórmulas aplicando las equivalencias tautológicas que se sugieren:

a) $\sim p \wedge \sim q$

| | |
|---|---|
| a) | (De M) |
| b) | (Conm.) |
| c) | (Impl.) |
| d) | (NC) |

b) $\sim p \vee \sim q$

| | |
|---|---|
| a) | (De M) |
| b) | (Conm.) |
| c) | (Impl.) |
| d) | (NA) |

c) $\sim p \rightarrow \sim q$

a) (Impl.)
b) (Trans.)
c) (DN)
d) (Expan.)

d) $\sim p \leftrightarrow \sim q$

a) (Equiv.)
b) (Trans.)
c) (Conm.)
d) (Tau)

e) $\sim p \not\leftrightarrow \sim q$

a) (DE)
b) (Conm.)
c) (Expan.)
d) (DN)

f) $\sim p \downarrow \sim q$

a) (NC)
b) (Conm.)
c) (DN)
d) (Expan.)

g) $\sim p \mid \sim q$

a) (NA)
b) (Conm.)
c) (Expan.)
d) (Tau.)

h). $\sim p \wedge (\sim q \vee \sim r)$

a) (Conm.)
b) (De M)
c) (Dist.)
d) (NC)
e) (Impl.)

i) $\sim p \vee (\sim q \wedge \sim r)$

a) (Conm.)
b) (De M)
c) (Dist.)
d) (NA)
e) (Impl.)

j) $\sim (p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim (\sim p \wedge \sim q)$

a) (Equiv.)
b) (Conm.)
c) (Impl.)
d) (De M)
e) (NC)

k) $\sim [(p \leftrightarrow q) \vee (r \mid s)] \wedge \sim t$

a) (Conm.)
b) (De M)
c) (DE)
d) (NA)
e) (NC)

l) $(p \vee q \vee r) \wedge (\sim p \vee \sim q \vee \sim r)$

a) (Asoc.)
b) (Dist.)
c) (De M)
d) (Impl.)
e) (NC)

m) $p \wedge q \wedge r \wedge (\sim p \vee \sim q \vee \sim r)$

a) (Conm.)
b) (Asoc.)
c) (De M)
d) (Dist.)
e) (Abs.)

n) $(p \wedge q \wedge r \wedge p) \vee \sim p \vee \sim q \vee \sim r \vee \sim p$

| | |
|---|---|
| a) | (Conm.) |
| b) | (Asoc.) |
| c) | (De M) |
| d) | (Dist.) |
| e) | (Abs.) |

ñ) $[(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow [\sim p \vee (r \mid s)]$

| | |
|---|---|
| a) | (Impl.) |
| b) | (De M) |
| c) | (Abs.) |
| d) | (Dist.) |
| e) | (NA) |

8. Aplique las leyes de absorción (Abs.) a las siguientes fórmulas:

a) $p \wedge (q \vee p)$
b) $p \vee (r \wedge p)$
c) $(p \wedge q) \vee (p \vee s)$
d) $(\sim p \wedge q \wedge r) \wedge (t \vee q \vee \sim s)$
e) $(p \vee \sim q) \wedge (\sim r \wedge s \wedge q)$
f)) $(\sim p \vee q \vee r) \vee (r \wedge s \wedge t)$
g) $(p \wedge q) \vee (\sim r \vee \sim p)$
h) $(\sim p \vee \sim q \vee \sim r) \vee (q \wedge \sim s)$
i) $p \wedge (t \vee \sim r \vee \sim s \vee \sim p) \wedge s \wedge (\sim t \vee \sim p)$
j) $\sim p \vee \sim r \vee (s \wedge r \wedge p)$

## EL MÉTODO DE LA DEDUCCIÓN NATURAL

### La deducción natural como un método sintáctico y no algorítmico

El método de la deducción natural fue propuesto en 1934 por el investigador Gerhard Gentzen. Desde entonces se conocen diversas variantes de él que algunos textos de lógica presentan como reglas para construir derivaciones, deducciones o pruebas formales. Pertenece al grupo de los métodos sintácticos, y dentro de éstos a los no algorítmicos. Es sintáctico porque procede sólo por transformaciones de las fórmulas aplicando a las premisas una serie de reglas o leyes lógicas previamente adoptadas. Es no algorítmico porque el número de pasos no puede prescribirse previamente en su totalidad. Su eficiencia va de acuerdo a la capacidad natural o adquirida del que lo aplica.

Procedimiento:

De acuerdo al método de la deducción natural, para evaluar una inferencia, es decir, para mostrar que la conclusión de una inferencia se sigue lógicamente de las premisas, es preciso indicar las reglas de inferencias válidas elementales que conducen de las premisas a la conclusión.

Dada una inferencia cualquiera, el proceso derivativo consta de los siguientes pasos:

Paso 1. Se asigna a cada proposición atómica su correspondiente variable.

Paso 2. Se simbolizan las premisas y la conclusión disponiendo aquéllas en forma vertical y escribiendo la conclusión a continuación de la última premisa en el mismo renglón. Entre la última premisa y la conclusión se escribe una barra separatoria '/' seguida del símbolo '$\therefore$' que se lee 'luego' o 'por lo tanto'.

Paso 3. Se procede a ejecutar las derivaciones tomando como punto de partida cualquiera de las premisas, siempre que sea factible, e indicando a la derecha en forma abreviada de qué premisas y mediante qué ley o regla se ha obtenido la nueva expresión.

## Modalidades de la deducción natural

### Prueba directa (PD)

Sea la inferencia siguiente:

Si hay abundancia de peces, habrá abundante harina de pescado. Si hay abundante harina de pescado, se incrementa la exportación. La exportación no se incrementa. O hay abundancia de peces o será preciso recurrir a otras actividades. Luego, será preciso recurrir a otras actividades.

a) Se halla su forma lógica:

1. Si hay abundancia de peces, entonces habrá abundante harina de pescado.
2. Si hay abundante harina de pescado, entonces se incrementa la exportación
3. La exportación no se incrementa.
4. O hay abundancia de peces o será preciso recurrir a otras actividades.

---

Luego, será preciso recurrir a otras actividades.

b) Se halla su fórmula: se determinan las variables y se expresan simbólicamente las premisas y la conclusión

p: hay abundancia de peces
q: hay abundancia de harina de pescado
r: se incrementa la exportación
s: será preciso recurrir a otras actividades

1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow r$
3. $\sim r$
4. $p \vee s$ / $\therefore s$

c) Se efectúan las derivaciones

| | |
|---|---|
| 5. $p \rightarrow r$ | SH (1,2) |
| 6. $\sim p$ | MT (5,3) |
| 7. $s$ | SD (4,6) |

Habiéndose obtenido la conclusión, puede afirmarse que la inferencia original es correcta o válida.

No es necesario, ni siempre es posible, comenzar las derivaciones por la primera premisa; se puede comenzar por cualquier otra, siempre que ello sea posible. En el ejemplo propuesto, se puede partir de la segunda premisa comparándola con la tercera, de la manera siguiente:

| | |
|---|---|
| 5. $\sim q$ | MT (2,3) |
| 6. $\sim p$ | MT (1,5) |
| 7. $s$ | SD (4,6) |

En el primer proceso se ha utilizado SH, MT y SD. En cambio, en el segundo procedimiento se ha empleado dos veces el MT y luego el SD.

### La prueba condicional (PC)

La prueba condicional (PC) es una modalidad dentro del método de la deducción natural y se aplica en los casos en que una inferencia tenga conclusión condicional o implicativa.

En efecto, siendo la conclusión una fórmula condicional o implicativa necesariamente tendrá antecedente y consecuente. Para saber si una conclusión de este tipo se deriva de las premisas dadas se agrega el antecedente de la conclusión a las premisas, y, luego, aplicando a este nuevo conjunto de premisas las reglas o leyes lógicas ya conocidas, se realizan las derivaciones hasta obtener el consecuente de la conclusión.

Procedimiento

Dado el caso de que la conclusión de una inferencia sea una fórmula condicional o implicativa:

Paso 1. Se toma primeramente su antecedente y se introduce como una nueva premisa (PA: premisa adicional).

Paso 2. Se efectúan las derivaciones corriendo la demostración algunos lugares hacia la derecha hasta hallar el consecuente de la conclusión.

Paso 3. Se une implicativamente la premisa adicional con el último paso logrado volviendo la demostración a la izquierda, a la posición original.

Ejemplo:

a) Sea la forma inferencial siguiente:

1.$s \rightarrow r$
2. $s \vee p$
3. $p \rightarrow q$
4. $r \rightarrow t$ / $\therefore \sim q \rightarrow t$

b) Se introduce la premisa adicional

5. $\sim q$ PA (antecedente de la conclusión)

c) Se efectúan las derivaciones

| | |
|---|---|
| 6. $\sim p$ | MT (3,5) |
| 7. s | SD (2,6) |
| 8. r | MP (1,7) |
| 9. t | MP(4,8) |

d) Se unen implicativamente la premisa adicional con el último paso logrado

10. $\sim q \rightarrow t$ PC (5,9)

### La prueba por la reducción al absurdo (PRA)

Ésta es otra modalidad dentro del método de la deducción natural. Resulta de la fusión de la regla de la prueba condicional y de la noción de contradicción; de aquí su nombre de reducción al absurdo.

Consiste en introducir como premisa adicional la negación de la conclusión para llegar a encontrar una contradicción en las premisas. Es decir, se supone la falsedad del consecuente para llegar a la falsedad del antecedente, mostrando de esta manera que la conclusión se halla implicada en las premisas (demostración indirecta).

El sentido de esta demostración se puede entender fácilmente si se recuerda que por el modus tollens (MT) se puede deducir la negación del antecedente de una implicación cuando se niega el consecuente, es decir, cuando se sabe que el consecuente es falso.

Procedimiento

Dada una inferencia cualquiera:

a) Se niega la conclusión y se introduce como una nueva premisa (PA: premisa adicional).
b) Se efectúan las derivaciones corriendo la demostración varios lugares hacia la derecha hasta encontrar una contradicción.
c) Se une en forma condicional o implicativa la premisa adicional con la contradicción hallada, a través de la regla de la prueba condicional (PC), volviendo la demostración a la izquierda, a la posición original.
d) Se establece la conclusión deseada como una inferencia lógicamente deducida de las premisas originales, aplicando la regla de la prueba por la reducción al absurdo (PRA):[28]

   $[p \rightarrow (q \wedge \sim q)] \rightarrow \sim p$

[28] REA RAVELLO, Bernardo, *Introducción a la lógica*, Lima, Amaru Editores, 1981, pp. 44-52.

Ejemplo

a) Sea la forma inferencial siguiente:

1. $\sim (p \wedge q)$
2. $\sim r \rightarrow q$
3. $\sim p \rightarrow r \ / \ \therefore r$

b) Se introduce la premisa adicional

4. $\sim r$ PA (premisa adicional = negación de la conclusión)

c) Se efectúan las derivaciones

| | |
|---|---|
| 5. $p$ | MT (3,4) |
| 6. $q$ | MP (2,4) |
| 7. $\sim p \vee \sim q$ | De M(1) |
| 8. $\sim p$ | SD (7,6) |
| 9. $p \wedge \sim p$ | Conj. (5,8) (contradicción) |

d) Se aplica la regla de la PC

10. $\sim r \rightarrow (p \wedge \sim p)$ PC (4,9)

e) Se aplica la regla de la PRA (10)

11. $r$ PRA (10)

En la práctica se puede suprimir el paso 10. De este modo, encontrada la contradicción, se infiere la conclusión del conjunto original de premisas, ubicándola hacia la izquierda, debajo de las premisas originales.

## Cuestionario N.º 9

1. ¿Quién propuso el método de la deducción natural?
2. ¿ Por qué el método de la deducción natural es sintáctico?
3. ¿Por qué el método de la deducción natural no es considerado algorítmico?
4. ¿A qué se denomina método de la deducción natural?
5. ¿Qué modalidades presenta la deducción natural?
6. ¿En qué consiste la prueba directa?
7. ¿En qué modalidades de la deducción natural se emplea la premisa adicional?
8. ¿En qué casos se recurre al uso de la prueba condicional?
9. ¿En qué consiste la prueba por reducción al absurdo?
10. ¿Por qué se dice que la prueba por la reducción al absurdo es una demostración indirecta?

## Ejercicio N.º 12
## El método de la deducción natural

1. Justifique las siguientes demostraciones mediante el método de la deducción natural:

a) 1. $p \rightarrow q$
   2. $p \wedge r$ / $\therefore q$
   3. $p$
   4. $q$

b) 1. $r \vee s$
   2. $s \rightarrow p$
   3. $\sim r$ / $\therefore p$
   4. $s$
   5. $p$

c) 1. $(q \rightarrow \sim p) \wedge (p \rightarrow r)$
   2. $r \rightarrow q$
   3. $\sim s \rightarrow p$ / $\therefore s$

4. $p \to r$
5. $p \to q$
6. $q \to \sim p$
7. $p \to \sim p$
8. $\sim p \ \vee \ \sim p$
9. $\sim p$
10. $s$

d) 1. $(p \to q) \to (r \to s)$
2. $t \vee \sim (u \to w)$
3. $(p \to q) \vee \sim t$
4. $x \to (u \to w)$
5. $\sim (r \to s)$ / $\therefore \sim x$
6. $\sim (p \to q)$
7. $\sim t$
8. $\sim (u \to w)$
9. $\sim x$

e) 1. $p \to q$
2. $\sim p \to r$
3. $\sim q$ / $\therefore r$
4. $\sim p$
5. $r$

f) 1. $p \to q$
2. $r \wedge s$
3. $p \vee \sim s$ / $\therefore r \wedge q$
4. $s$
5. $p$
6. $q$
7. $r$
8. $r \wedge q$

g) 1. $p \vee q$
2. $q \to r$

3. $s \wedge \sim r$ / $\therefore p$
4. $\sim r$
5. $\sim q$
6. $p$

h) 1. $p \rightarrow \sim q$
2. $\sim r \rightarrow \sim s$
3. $p \vee \sim r$
4. $q$ / $\therefore \sim s$
5. $\sim p$
6. $\sim r$
7. $\sim s$

i) 1. $(p \wedge q) \rightarrow [p \rightarrow (r \wedge s)]$
2. $(p \wedge q) \wedge t$ / $\therefore r \vee s$
3. $p \wedge q$
4. $p \rightarrow (r \wedge s)$
5. $p$
6. $r \wedge s$
7. $r$
8. $r \vee s$

j) 1. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
2. $s \rightarrow (q \rightarrow r)$
3. $(\sim p \wedge \sim s) \rightarrow (\sim t \vee \sim u)$
4. $(\sim t \rightarrow \sim w) \wedge (\sim u \rightarrow \sim x)$
5. $(y \rightarrow w) \wedge (z \rightarrow x)$
6. $\sim (q \rightarrow r)$ / $\therefore \sim y \vee \sim z$
7. $\sim p$
8. $\sim s$
9. $\sim p \wedge \sim s$
10. $\sim t \vee \sim u$
11. $\sim w \vee \sim x$
12. $\sim y \vee \sim z$

k) 1. $p \to (q \to r)$

2. $r \to \sim r$

3. $(s \to p) \wedge (t \to q)$ / $\therefore s \to \sim t$

4. $(p \wedge q) \to r$

5. $\sim r \vee \sim r$

6. $\sim r$

7. $\sim (p \wedge q)$

8. $p \to \sim q$

9. $s \to p$

10. $s \to \sim q$

11. $t \to q$

12. $\sim q \to \sim t$

13. $s \to \sim t$

l) 1. $(p \vee q) \vee (r \wedge s)$

2. $(\sim p \wedge s) \wedge \sim (\sim p \wedge q)$ / $\therefore \sim p \wedge r$

3. $\sim p \wedge s$

4. $\sim p$

5. $\sim (\sim p \wedge q)$

6. $\sim p \to \sim q$

7. $\sim q$

8. $\sim p \wedge \sim q$

9. $\sim (p \vee q)$

10. $r \wedge s$

11. $r$

12. $\sim p \wedge r$

m) 1. $[(p \vee \sim q) \vee r] \to [s \to (t \to u)]$

2. $(p \vee \sim q) \to [(\vee \to w) \to x]$

3. $p \to [(t \to u) \to x]$

4. $p$ / $\therefore s \to x$

5. $p \vee \sim q$

6. $(\vee \to w) \to x$

7. $(t \to u) \to x$

8. $(p \vee \sim q) \vee r$

9. $s \to (t \to u)$

10. $s \to x$

n) 1 $q \rightarrow (r \rightarrow s)$
2. $t \rightarrow (r \rightarrow s)$
3. $(\sim q \wedge \sim t) \rightarrow (\sim v \vee \sim w)$
4. $(\sim v \rightarrow \sim x) \wedge (\sim w \rightarrow \sim y)$
5. $(u \rightarrow x) \wedge (z \rightarrow y)$
6. $\sim (r \rightarrow s)$ / $\therefore \sim u \vee \sim z$
7. $\sim q$
8. $\sim t$
9. $\sim q \wedge \sim t$
10. $\sim v \vee \sim w$
11. $\sim x \vee \sim y$
12. $\sim u \vee \sim z$

ñ) 1. $\sim p \vee (q \rightarrow r)$
2. $\sim s \vee (q \rightarrow r)$
3. $\sim (\sim p \wedge \sim s) \vee (\sim t \vee \sim u)$
4. $\sim t \rightarrow \sim w$
5. $\sim u \rightarrow \sim x$
6. $y \rightarrow w$
7. $z \rightarrow x$
8. $\sim (q \rightarrow r)$ / $\therefore \sim y \vee \sim z$
9. $\sim p$
10. $\sim s$
11. $\sim p \wedge \sim s$
12. $\sim t \vee \sim u$
13. $\sim w \vee \sim x$
14. $\sim y \vee \sim z$

2. Demuestre por la prueba directa (PD)

a) 1. $\sim p \rightarrow q$
2. $\sim (p \vee r)$ / $\therefore q$

b) 1. $q \wedge \sim s$
2. $\sim p \vee (r \wedge s)$ / $\therefore \sim p$

c) 1. $\sim(p \wedge q) \vee r$
2. $p \wedge s$
3. $q \;/\; \therefore\; r \vee t$

d) 1. $\sim(\sim p \vee q)$
2. $p \rightarrow \sim r$
4. $q \vee \sim s \;/\; \therefore\; \sim(r \vee s)$

e) 1. $\sim(p \vee q) \vee r$
2. $s \rightarrow p$
3. $t \rightarrow q$
4. $s \vee t \;/\; \therefore\; r$

f) 1. $\sim t \vee \sim r$
2. $\sim r \rightarrow s$
3. $\sim t \rightarrow s$
4. $w \rightarrow \sim s \;/\; \therefore \sim w$

g) 1. $p \rightarrow \sim(q \rightarrow r)$
2. $(s \wedge q) \rightarrow r$
3. $s \;/\; \therefore\; \sim p$

h) 1. $\sim(\sim p \vee \sim q)$
2. $r \rightarrow \sim s$
3. $r \vee \sim q \;/\; \therefore\; \sim s$

i) 1. $p \rightarrow (q \rightarrow \sim p)$
2. $p \leftrightarrow q \;/\; \therefore \sim p \wedge \sim q$

j) 1. $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$
2. $p \vee (t \rightarrow \sim t)$
3. $\sim r \;/\; \therefore \sim t \vee \sim w$

k) 1. $p$
2. $p \rightarrow (q \wedge r) \;/\; \therefore\; p \not\leftrightarrow r$

l) 1. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
2. $(\sim p \vee \sim q) \rightarrow s$
3. $\sim s$ / $\therefore r \vee \sim t$

m) 1. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
2. $\sim (\sim p \vee s)$
3. $q$ / $\therefore r$

n) 1. $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$
2. $p$
3. $\sim s$ / $\therefore r$

ñ) 1. $r \rightarrow s$
2. $p \vee r$
3. $p \rightarrow q$ / $\therefore q \vee (s \vee r)$

3. Demuestre mediante la prueba condicional (PC):

a) 1. $\sim (p \vee q) \vee \sim r$
2. $s \rightarrow p$
3. $\sim t \vee q$
4. $s \vee t$ / $\therefore r \rightarrow q$

b) 1. $\sim (r \vee s) \vee t$
2. $p \rightarrow \sim t$
3. $\sim p \rightarrow s$ / $\therefore r \rightarrow s$

c) 1. $\sim r \vee s$
2. $\sim q \rightarrow \sim s$
3. $r \vee (s \wedge t)$ / $\therefore \sim q \rightarrow (t \wedge s)$

d) 1. $(r \wedge s) \rightarrow t$
2. $\sim p \vee \sim t$
3. $p \wedge q$ / $\therefore r \rightarrow \sim s$

e) 1. $\sim p \rightarrow \sim q$
2. $\sim r \vee s$
3. $\sim q \rightarrow r \ / \therefore \sim p \rightarrow (s \vee \sim t)$

f) 1. $\sim p$
2. $\sim r \rightarrow t$
3. $s \vee p \ / \therefore \sim ( r \wedge s) \rightarrow t$

g) 1. $\sim (\sim r \wedge \sim q)$
2. $t \rightarrow \sim q$
3. $\sim s \rightarrow \sim q \ / \ \therefore ( t \vee \sim s) \rightarrow r$

h) 1. $q \rightarrow p$
2. $t \vee s$
3. $s \rightarrow q \ / \therefore \sim (p \vee r) \rightarrow t$

i) 1. $s \rightarrow \sim p$
2. $\sim q$ Ú $\sim r$
3. $t \rightarrow (s \wedge r) \ / \ \therefore t \rightarrow \sim (p \vee q)$

j) 1. $\sim r \rightarrow s$
2. $p \rightarrow t$
3. $r \rightarrow \sim q \ / \therefore (p \wedge q ) \rightarrow (s \wedge t)$

k) 1. $r \rightarrow s$
2. $p \vee r$
3. $p \rightarrow q \ / \ \therefore \sim q \rightarrow (s \vee r)$

l) 1. $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$
2. $\sim r \wedge \sim s \ / \therefore \ p \rightarrow \sim q$

m) 1. $p \rightarrow \sim q$
2. $r \vee \sim s$
3. $s \vee \sim p$
4. $\sim r \ / \ \therefore p \rightarrow (\sim q \wedge \sim s \wedge r)$

n) 1. $p \to q$
2. $q \to \sim r$
3. $s \vee t$
4. $r \vee \sim s$ / $\therefore \sim t \to \sim p$

ñ) 1. $\sim r \vee s$
2. $\sim (p \mid q) \to \sim q$
3. $\sim q \to r$ / $\therefore \sim (p \mid q) \to (s \vee \sim t)$

o) 1. $\sim p$
2. $\sim r \to t$
3. $s \vee p$ / $\therefore \sim (r \wedge s) \to t$

4. Demuestre mediante la prueba por la reducción al absurdo (PRA):

a) 1. $\sim p \vee \sim q$
2. $q \vee \sim s$
3. $(p \to \sim s) \to \sim t$
4. $\sim r \vee t$ / $\therefore \sim r$

b) 1. $\sim p \vee q$
2. $\sim r \vee p$
3. $\sim q$ / $\therefore \sim r$

c) 1. $\sim (\sim p \wedge \sim q)$
2. $p \vee r$
3. $q \to \sim r$ / $\therefore p$

d) 1. $\sim p \to q$
2. $s \to \sim p$
3. $\sim q \wedge \sim r$ / $\therefore \sim s$

e) 1. $r \to t$
2. $s \to q$
3. $(t \vee q) \to p$
4. $r \vee s$ / $\therefore p$

f) 1. $p \rightarrow (q \vee r)$
2. $q \rightarrow \sim p$
3. $s \rightarrow \sim r$ / $\therefore \sim (p \wedge s)$

g) 1. $\sim s \rightarrow q$
2. $s \rightarrow \sim r$
3. $q \rightarrow t$ / $\therefore \sim r \vee t$

h) 1. $\sim p \vee \sim s$
2. $\sim s \rightarrow r$
3. $\sim (t \vee r)$ / $\therefore \sim p$

i) 1. $r \rightarrow \sim z$
2. $(t \vee s) \rightarrow r$
3. $z \vee \sim s$
4. $\sim t$ / $\therefore \sim (t \vee s)$

j) 1. $(w \wedge r) \leftrightarrow \sim s$
2. $\sim s \rightarrow w$
3. $\sim r \rightarrow \sim s$ / $\therefore r$

k) 1. $(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$
2. $r \rightarrow p$
3. $\sim s \rightarrow q$ / $\therefore s$

l) 1. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
2. $p \rightarrow (s \rightarrow t)$
3. $p \wedge (q \vee s)$
4. $\sim r$ / $\therefore t$

m) 1. $(p \rightarrow \sim q) \wedge (r \rightarrow s)$
2. $(\sim q \rightarrow t) \wedge (s \rightarrow \sim x)$
3. $(t \rightarrow \sim y) \wedge (\sim x \rightarrow z)$
4. $p \wedge r$ / $\therefore \sim y \wedge z$

n) 1. $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$
2. $(q \vee s) \rightarrow t$
3. $\sim t \quad / \therefore \sim (p \vee r)$

ñ) 1. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
2. $\sim r \rightarrow p \quad / \therefore r \vee \sim q$

5. Demuestre la validez de las siguientes inferencias mediante el método de la deducción natural.

a) Si la policía patrulla las calles, entonces no hay delincuentes al acecho. Pero o bien hay delincuentes al acecho o sujetos ebrios fomentando el desorden. La policía patrulla las calles. Luego, hay sujetos ebrios fomentando el desorden.
b) Si Pablo Castel vive obsesionado con María Iribarne, entonces la encontrará algún día. Si Pablo Castel encuentra a María Iribarne entablará una conversación con ella. Es el caso que Pablo Castel vive obsesionado con María Iribarne. Por lo tanto, Pablo Castel entablará una conversación con Maria Iribarne.
c) Si Raskolnikov fue visto saliendo de la casa de la usurera o dejó algún indicio allí, entonces Petrovich le seguirá el rastro y lo acusará de asesinato. Si Petrovich le sigue el rastro y lo acusa de asesinato, Raskolnikov no tendrá ninguna coartada. Raskolnikov fue visto saliendo de la casa de la usurera o dejó algún indicio allí. Luego, Raskolnikov no tendrá ninguna coartada.
d) Las tiendas estás cerradas y no hay vigilancia policial. Si las tiendas están cerradas o no hay vigilancia policial, entonces es mala idea salir a comprar. Si es mala idea salir a comprar, entonces es conveniente ir a ver televisión. Luego, es conveniente ir a ver televisión.
e) Si Juan consigue el préstamo, entonces se comprará un departamento. Si Juan consigue el préstamo, entonces, si compra el departamento, deberá comprar muebles. Luego, si Juan consigue el préstamo, entonces deberá comprar muebles.

f) Si Fiorella ingresa a la universidad, entonces su mamá se alegrará, y si Elvira consigue trabajo su papá celebrará. Sucede que la mamá de Fiorella no se alegra y el papá de Elvira no celebra. Pero si no es el caso que Fiorella ingresa a la universidad y Elvira consigue trabajo, entonces ambas viajan al extranjero. Por consiguiente, ambas viajan al extranjero.
g) Si Perú gana o empata el partido, entonces clasifica al mundial. Pero es el caso que Perú gana o empata. Por lo tanto, Perú clasifica al mundial.
h) Si Andrés se dedica a la pintura, entonces será un gran artista, y si se dedica a administrar los negocios de su padre, ganará un buen sueldo. Si Andrés llega a ser un gran artista o a ganar un buen sueldo, habrá realizado sus sueños. Pero Andrés no realizará sus sueños. En consecuencia, no se dedica a la pintura y no administra los negocios de su padre.
i) Si hace calor, entonces la gente acude masivamente a la playa. Hay más sed que de costumbre porque hace calor, entonces los niños piden gaseosas o la gente acude masivamente a la playa. Si hace calor y la gente acude masivamente a la playa, entonces hay más sed que de costumbre. No es el caso que los niños pidan gaseosas. Luego, la gente acude masivamente a la playa.
j) Si Carlos Santana y Joe Satriani vienen al Perú, entonces los cultores del Rock podrán apreciar un buen espectáculo cultural. Si Carlos Santana viene al Perú, los cultores del Rock podrán apreciar un buen espectáculo cultural, entonces irán entusiasmados al concierto. Luego, si Joe Satriani viene al Perú, entonces los cultores del Rock irán entusiasmados al concierto.
k) O no fuiste al cine o te quedaste dormido durante la proyección de la película. Si no estabas en tu casa, entonces fuiste al cine. Luego, si no estabas en tu casa, te quedaste dormido durante la proyección de la película.
l) Te visitaré por la tarde o por la noche. Si te visito por la tarde, saldremos a pasear. Si te visito por la noche, veremos televisión. Luego, saldremos a pasear o veremos televisión.

m) Si Daniel no toca la guitarra, entonces la tendrá que tocar Henry. Y si Henry toca la guitarra, Antonio abandonará el grupo. Pero Antonio no abandonó el grupo. Por lo tanto, Daniel toca la guitarra.

n) Si el equipo de atletismo se está preparando adecuadamente entonces estará en condiciones de asistir a las próximas olimpiadas. Y estará en condiciones de asistir a las próximas olimpiadas si y sólo si el equipo cuenta con un plantel competente. Pero o el equipo no cuenta con un plantel competente o uno de sus integrantes está lesionado. Sucede que ningún integrante del plantel está lesionado. Por lo tanto, el equipo de atletismo no se está preparando adecuadamente.

ñ) Cuando se produce el fenómeno del niño se generan lluvias torrenciales y huaycos. Pero no se producen lluvias torrenciales o huaycos. Por lo tanto, no se ha producido el fenómeno del niño.

## FORMAS NORMALES

### Concepto de formas normales

Es importante anotar que unas fórmulas pueden reducirse a otras. Por ejemplo, la fórmula condicional '$p \rightarrow q$' puede reducirse a la negación de la conjunción '$\sim (p \wedge \sim q)$' o a la disyuntiva '$\sim p \vee q$', que son sus equivalentes.

La transformación de unas fórmulas en otras da origen a un verdadero cálculo lógico de acuerdo a reglas precisas que permiten pasar de formas complicadas a formas simples. De aquí nace un nuevo procedimiento decisorio, llamado de las formas normales, cuyo carácter es sintáctico ya que sólo se toman en cuenta las relaciones de los símbolos entre sí.

Se llaman formas normales a aquellas fórmulas constituidas únicamente por conjunciones '$\wedge$', disyunciones '$\vee$' y negaciones '$\sim$' que sólo afectan a variables. Las formas normales son fórmulas moleculares compuestas por conjunciones o disyunciones básicas, cuyos elementos son variables negadas o sin negar.

Ejemplos de conjunciones básicas:

a) $p \wedge p$
b) $\sim p \wedge \sim q$
c) $p \wedge \sim q \wedge r$
d) $\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r \wedge \sim s$

Ejemplos de disyunciones básicas:

a) $p \vee q$
b) $p \vee \sim q$
c) $\sim p \vee q \vee r$
d) $\sim p \vee \sim q \vee \sim r \vee \sim s$

**Clases de formas normales**

Las formas normales son de dos clases: conjuntivas y disyuntivas.

a) Forma normal conjuntiva (FNC) es la fórmula constituida por disyunciones básicas como '$p \vee q \vee r \vee \sim r$', o por conjunciones de disyunciones básicas, como '$(p \vee q \vee r) \wedge (\sim r \vee s \vee t)$'.

b) Forma normal disyuntiva (FND) es la fórmula constituida por conjunciones básicas como '$p \wedge q \wedge r \wedge \sim r$', o por disyunciones de conjunciones básicas como '$(p \wedge q \wedge r) \vee (\sim r \wedge s \wedge t)$'.

Como es fácil advertir, estando la fórmula básica compuesta por conjunciones o disyunciones de variables, pueden darse estos dos casos:

a) Si la fórmula básica está compuesta por conjunciones, entonces es posible que una misma variable aparezca afirmada y negada dentro de la misma fórmula, con lo que se obtendría una contradicción del tipo: '$p \wedge \sim p$'

b) Si la fórmula básica está compuesta por disyunciones, entonces puede suceder que una misma variable se repita con diferente signo dentro de la misma fórmula, con lo que se obtendría una tautología del tipo: ‘$p \vee \sim p$’

La presencia o ausencia de una contradicción o de una tautología constituye el criterio para determinar la validez o invalidez de una fórmula o inferencia.

**Procedimiento para determinar el carácter tautológico de cualquier fórmula mediante la forma normal conjuntiva (FNC):**

a) Se eliminan todos los operadores diádicos que no sean conjunciones y disyunciones mediante la aplicación de sus respectivas definiciones.
b) Se eliminan las negaciones que afectan a operadores mediante las leyes de De Morgan (De M)
c) Se suprimen las dobles negaciones aplicando la ley del mismo nombre.
d) Se aplican las leyes de distribución, absorción y tautología cuando fuera necesario.
e) Se aplica el siguiente criterio: La FNC es tautología si y sólo si todas y cada una de sus disyunciones básicas contienen la tautología del tercio excluido.

Ejemplo 1

Sea la siguiente fórmula:

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

a) Se eliminan los operadores condicionales aplicando Implicación material (Imp.)

$$\sim [ (\sim p \vee q) \wedge p] \vee q$$

b) Se elimina la negación que está delante del corchete aplicando De Morgan (De M)

$$\sim(\sim p \vee q) \vee \sim p \vee q$$

c) Se elimina la negación que está delante del paréntesis mediante De Morgan (De M)

$$(p \wedge \sim q) \vee \sim p \vee q$$

d) Se aplica la ley de distribución para obtener la FNC:

$$(p \vee \sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p \vee q)$$

Respuesta: Habiendo tercio excluido en las dos disyunciones básicas resultantes, la fórmula es tautológica.

Ejemplo 2

Sea ahora la fórmula siguiente:

$$[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p$$

a) Se eliminan los operadores condicionales mediante Implicación material (Imp.)

$$\sim [(\sim p \vee q) \wedge q] \vee p$$

b) Se elimina la negación que está delante del corchete aplicando De Morgan (De M)

$$\sim (\sim p \vee q) \vee \sim q \vee p$$

c) Se elimina la negación que está delante del paréntesis mediante De Morgan (De M)

$$(p \wedge \sim q) \vee \sim q \vee p$$

d) Se aplica la ley de distribución para obtener la FNC:

$$(p \vee \sim q \vee p) \wedge (\sim q \vee \sim q \vee p)$$

Respuesta: no habiendo tercio excluido en las disyunciones básicas resultantes, la fórmula no es tautológica.

**Procedimiento para determinar el carácter tautológico de cualquier fórmula mediante la forma normal disyuntiva (FND):**

Para hallar la forma normal disyuntiva (FND) de una fórmula proposicional cualquiera se procede de la siguiente manera:

a) Se niega la fórmula proposicional propuesta.
b) Se realizan los mismos pasos que el procedimiento anterior.
c) Se aplica el siguiente criterio: La FND es tautológica si y sólo si todas y cada una de las conjunciones básicas contienen una contradicción. Se entiende que esta FND sea contradictoria desde el momento que se parte de la negación de la fórmula proposicional originaria.

Ejemplo 1

Sea la misma fórmula del 'Ejemplo 1' anterior:

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

a) Se niega toda la fórmula:

$$\sim \{[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q\}$$

b) Se eliminan los operadores condicionales aplicando Implicación Material (Imp.):

$$\sim\{\sim (\sim p \vee q) \wedge p] \vee q \}$$

c) Se cancela la negación que está delante de la llave aplicando De Morgan (De. M):

$$(\sim p \vee q) \wedge p \wedge \sim q$$

d) Se aplica la ley de la distribución para obtener la FND:

$$(\sim p \wedge p \wedge \sim q) \vee (q \wedge p \wedge \sim q)$$

Respuesta: habiendo contradicción en las dos conjunciones básicas resultantes, la fórmula es tautológica.

Ejemplo 2

Sea la misma fórmula del ‘Ejemplo 2’ anterior:

$$[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow q$$

a) Se niega toda la fórmula.

$$\sim \{[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p\}$$

b) Se eliminan los operadores condicionales mediante la Implicación material (Imp.)

$$\sim\{\sim[(\sim p \vee q) \wedge q] \vee p\}$$

c) Se cancela la negación que está delante de la llave mediante De Morgan (De. M)

$$(\sim p \vee q) \wedge q \wedge \sim p$$

d) Se aplica la ley de la distribución para obtener la FND:

$$(\sim p \wedge q \wedge \sim p) \vee (q \wedge q \wedge \sim p)$$

Respuesta: no habiendo contradicción en las dos conjunciones básicas resultantes, la fórmula no es tautológica.

**Leyes de absorción (Abs.)**

Cuando la aplicación de la ley de distribución se hace engorrosa por presentarse dos o más fórmulas entre paréntesis, entonces es preciso valerse de las leyes de absorción que simplifican el procedimiento. Son las cuatro siguientes:

Fórmulas conjuntivas:

a) $[p \wedge (p \vee q)] \leftrightarrow p$

b) $[p \wedge (\sim p \vee q)] \leftrightarrow (p \wedge q)$

Fórmulas disyuntivas:

c) $[p \vee (p \wedge q)] \leftrightarrow p$

d) $[p \vee (\sim p \wedge q)] \leftrightarrow (p \vee q)$

En cada uno de estas fórmulas es preciso distinguir dos miembros: uno absorbente y otro que se absorbe.

En las fórmulas conjuntivas:

Miembro absorbente: una variable o conjunción básica.

Miembro que se absorbe: una disyunción básica.

Criterio:

a) Si una variable del miembro absorbente se repite con el mismo signo en la disyunción básica, se absorbe toda la disyunción básica.
b) Si una variable del miembro absorbente se repite con diferente signo en la disyunción básica, se absorbe esta variable de la disyunción básica.

En las fórmulas disyuntivas:

Miembro absorbente: una variable o una disyunción básica.

Miembro que se absorbe: una conjunción básica.

Criterio:

c) Si una variable del miembro absorbente se repite con el mismo signo en la conjunción básica, se absorbe toda la conjunción básica.
d) Si una variable del miembro absorbente se repite con diferente signo en la conjunción básica, se absorbe esta variable de la conjunción básica.

Ejemplo 3

Determine mediante la forma normal conjuntiva (FNC) el carácter tautológico de la siguiente fórmula mediante la ley de la absorción:

Modelo de FNC:

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
2. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \rightarrow r$ — Equiv. (1)
3. $\sim [(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)] \vee r$ — Imp. (2)
4. $\sim (\sim p \vee q) \vee \sim (\sim q \vee p) \vee r$ — De. M (3)
5. $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \vee r$ — De. M (4)
6. $(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee q \vee r) \wedge (\sim q \vee \sim p \vee r)$ — Dist. (5)

El paso de 5 a 6 puede hacerse mediante la ley de absorción de la manera siguiente:

6. $p \vee q \vee r$ — Abs. (5)

No habiendo tercio excluido en la disyunción básica, la fórmula original no es tautológica.

Modelo de FND

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
2. $\sim[(p \leftrightarrow q) \rightarrow r]$ — Negación de la fórmula del paso '1'
3. $\sim \{[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \rightarrow r\}$ — Equiv. (2)
4. $(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \wedge \sim r$ — Imp. (3)
5. $(\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge p \wedge \sim r) \vee (q \wedge \sim q \wedge \sim r) \vee (q \wedge p \wedge \sim r)$ — Dist. (4)

Usando la ley de absorción en lugar de la distribución obtendremos:

5. $\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r$ — Abs. (4)

No habiendo contradicción en la disyunción básica, la fórmula original no es tautológica.

## REDUCTIBILIDAD DE FÓRMULAS

### Simplificación de la lógica proposicional

Las formas normales han mostrado que las 16 funciones de verdad posibles se pueden reducir a tres: conjunción, disyunción inclusiva y negación. No obstante la reducción puede ser aún mayor ya que todas las funciones de verdad posibles pueden ser expresadas mediante dos, como en el caso del teorema de Post, en el que sólo intervienen la conjunción y la negación.

Pero también es posible encontrar una sola función de verdad que, sin la ayuda de la negación, puede expresar todas las demás. En efecto, Sheffer mostró, en 1919, que es posible reducir todas las funciones de verdad posibles al operador de la negación alterna o de incompatibilidad. Igualmente, el lógico inglés Nicod, valiéndose del descubrimiento de Sheffer, mostró que el mismo resultado se podría lograr por medio del operador de la negación conjunta. Aunque ambos se traducen de manera poco natural al lenguaje ordinario, son especialmente productivos en los usos teóricos y tecnológicos de la lógica proposicional. El común denominador de ambas reducciones está en que por medio de ellas se puede definir la negación.

La posibilidad de poder reducir todas las funciones de verdad posibles a una sola, sin la ayuda de ninguna otra, tiene una enorme importancia, tanto matemática como filosófica. Matemática porque permite descubrir relaciones interesantes entre las diversas funciones, lo que permite a su vez realizar una simplificación extraordinaria de los cálculos. Filosófica, porque muestra que desde el punto de vista más general de la estructura del pensamiento, que es la estructura de la lógica proposicional, la unión de las proposiciones se realiza de acuerdo a una sola pauta muy simple.

El ideal de simplicidad en el campo de la lógica supone el empleo de un reducido número de operadores que, como estamos viendo, en el caso de Sheffer y Nicod, se limita a uno solo. Sin embargo, simplicidad no es sinónimo de brevedad, pues una fórmula sumamente simple puede no ser la más breve.

Si se logra demostrar que esta posibilidad de reducción radical se aplica a cualquier número de variables se habrá demostrado que el pensamiento tiene una estructura general muy simple y que avanza por repeticiones de una misma forma. Es decir, el pensamiento en su estructura más general —que consiste de conexiones de proposiciones no analizadas— tiene como elemento último una sola forma. Lo que esto significa en relación con las posibilidades del conocimiento es enorme, pero rebasa el marco del presente trabajo.[29]

## Reductibilidad de fórmulas a la negación conjunta

a) $\sim p \quad = \quad \text{df. } (p \downarrow p)$

b) $(p \wedge q) \quad = \quad \text{df. } (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$

c) $(p \vee q) \quad = \quad \text{df. } (p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$

d) $(p \rightarrow q) \quad = \quad \text{df. } [(p \downarrow p) \downarrow q] \downarrow [(p \downarrow p) \downarrow q]$

e) $(p \leftrightarrow q) \quad = \quad \text{df. } [(p \downarrow p) \downarrow q] \downarrow [(q \downarrow q) \downarrow p]$

f) $(p \not\leftrightarrow q) \quad = \quad \text{df. } \{[(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)] \downarrow (p \downarrow q)\} \downarrow \{[(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)] \downarrow (p \downarrow q)\}$

g) $(p \mid q) \quad = \quad \text{df. } [(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)] \downarrow [(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)]$

## Reductibilidad de fórmulas a la negación alterna

a) $\sim p \quad = \quad \text{df. } (p \mid p)$

b) $(p \wedge q) \quad = \quad \text{df. } (p \mid q) \mid (p \mid q)$

c) $(p \vee q) \quad = \quad \text{df. } (p \mid p) \mid (q \mid q)$

d) $(p \rightarrow q) \quad = \quad \text{df. } p \mid (q \mid q)$

[29] MIRÓ QUESADA CANTUARIAS, Francisco, *Lógica,* Lima, IPEM, 1970, pp. 29-31.

e) $(p \leftrightarrow q) \;=\; \text{df. } (p \mid q) \mid [(p \mid p) \mid (q \mid q)]$

f) $(p \nleftrightarrow q) \;=\; \text{df.} \{[(p \mid p) \mid (q \mid q)] \mid (p \mid q)\} \mid \{[(p \mid p) \mid (q \mid q)] \mid (p \mid q)\}$

g) $(p \mid q) \;=\; \text{df. } [(p \mid p) \mid (q \mid q)] \mid [(p \mid p) \mid (q \mid q)]$

## Cuestionario N.º 10

1. ¿Qué son las formas normales?
2. ¿Por qué las formas normales constituyen un procedimiento decisorio?
3. ¿Por qué las formas normales poseen un carácter sintáctico?
4. ¿Cuántas clases de formas normales existen?
5. ¿Qué es una forma normal conjuntiva?
6. ¿Cómo se prueba el carácter tautológico de una fórmula a través de la forma normal conjuntiva?
7. ¿Qué es una forma normal disyuntiva?
8. ¿Cómo se prueba el carácter tautológico de una fórmula a través de la forma normal disyuntiva?
9. ¿En qué caso se aplican las leyes de absorción?
10. En cuanto a las dieciséis funciones de verdad, ¿qué han mostrado las formas normales?
11. ¿En qué consisten los descubrimientos de Sheffer y Nicod en cuanto a reductibilidad de fórmulas?
12. ¿En qué ámbitos son especialmente productivos los lenguajes propuestos por Sheffer y Nicod?
13. Desde la perspectiva matemática, ¿en qué radica la importancia de la reductibilidad de fórmulas?
14. En relación con la filosofía, ¿cuál es la importancia de la reductibilidad de fórmulas?
15. ¿La simplicidad de una fórmula implica necesariamente su brevedad? ¿Por qué?

**Ejercicio N.º 13**
**Análisis de inferencias mediante**
**Las formas normales**

1. Halle la forma normal de las siguientes fórmulas y clasifíquelas en forma normal conjuntiva (FNC) o forma normal disyuntiva (FND).

   a) $\sim p \rightarrow \sim q$
   b) $\sim p \leftrightarrow \sim q$
   c) $\sim p \not\leftrightarrow \sim q$
   d) $\sim p \downarrow \sim q$
   e) $\sim p \mid \sim q$
   f) $\sim (p \wedge q)$
   g) $\sim (p \vee q)$
   h) $\sim ( p \rightarrow q)$
   i) $\sim ( p \leftrightarrow q)$
   j) $\sim ( p \not\leftrightarrow q)$
   k) $\sim (p \wedge q) \downarrow \sim ( r \wedge s)$
   l) $\sim ( p \wedge q) \mid \sim ( r \wedge s)$
   m) $(p \rightarrow q) \downarrow ( r \rightarrow s)$
   n) $\sim (p \rightarrow q) \mid \sim ( r \rightarrow s)$
   ñ) $\sim [ (p \rightarrow q) \vee ( r \rightarrow s)]$

2. Diga si las siguientes fórmulas son tautológicas o no mediante la forma normal conjuntiva (FNC):

   a) $p \rightarrow (p \vee q)$
   b) $p \rightarrow ( \sim p \vee q)$
   c) $(p \wedge q) \rightarrow q$
   d) $(p \wedge q) \rightarrow \sim q$
   e) $(p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$
   f) $(p \wedge q) \rightarrow \sim (p \wedge q)$
   g) $\sim [p \rightarrow (p \vee q)]$
   h) $[ (p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$

i) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
j). $\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge \sim (q \vee s)\} \rightarrow \sim (p \vee r)$

3. Diga si las siguientes fórmulas son tautológicas o no mediante la forma normal disyuntiva (FND):

a) $p \rightarrow (q \vee p)$
b) $\sim p \rightarrow (p \vee \sim q)$
c) $\sim (p \vee q) \rightarrow \sim q$
d) $(p \wedge q) \rightarrow \sim p$
e) $(p \wedge q) \rightarrow \sim (\sim p \vee \sim q)$
f) $[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p$
g) $[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$
h) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (r \rightarrow p)$
i) $\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (p \vee r)\} \rightarrow (q \vee s)$
j) $\{[(p \wedge q) \rightarrow \sim r] \wedge r\} \rightarrow \sim (p \wedge q)$

4. Determine la validez o invalidez de las siguientes inferencias mediante la forma normal conjuntiva (FNC):

a) La tabla de verdad es un algoritmo si y sólo si permite decidir mecánicamente la validez de una inferencia. La tabla de verdad es un algoritmo. En consecuencia, permite decidir mecánicamente la validez de una inferencia.
b) Si un triángulo tiene dos lados desiguales, entonces el mayor lado se opone el mayor ángulo. Ocurre que el mayor lado no se opone al mayor ángulo. Luego, el triángulo no tiene dos lados desiguales.
c). La tabla de verdad es un algoritmo. La forma normal conjuntiva es también un algoritmo. Por lo tanto, la tabla de verdad y la forma normal conjuntiva son algoritmos.
d) Si manifiestas aversión o repugnancia al trato humano, eres un misántropo. Pero es falso que manifiestes aversión o repugnancia al trato humano. En consecuencia, es falso que seas un misántropo.

e) Tarski es un lógico matemático polaco. Luego, Tarski es un lógico matemático polaco o Newton formuló la ley de la gravitación universal.

f) Si el cónyuge extranjero tiene dos años de matrimonio y de domicilio en el Perú, entonces está facultado para optar por la nacionalidad peruana. Pero el cónyuge extranjero no está facultado para optar por la nacionalidad peruana. Por tanto, es falso que tenga dos años de matrimonio y de domicilio en el Perú.

g) Los leones son carnívoros o herbívoros, pero no ambas cosas a la vez. Los leones son carnívoros. En consecuencia, no son herbívoros.

h) Si padeces de asma, eres víctima de sofocaciones intermitentes. Si padeces de bronquitis, tienes inflamados los bronquios. Padeces de asma o de bronquitis. Luego, eres víctima de sofocaciones intermitentes o tienes inflamados los bronquios.

i) Dos radicales son semejantes si tienen igual índice e igual radicando. Ocurre que los dos radicales son semejantes. Por tanto, tienen igual índice e igual radicando.

j) El Presidente de la República está facultado para disolver el Congreso si éste ha censurado o negado confianza a tres Consejos de Ministros. El Congreso ha censurado o negado confianza a tres Consejos de Ministros. Luego, el Presidente de la República está facultado para disolverlo.

k) Las fuerzas Armadas y las Fuerzas Policiales no son deliberantes porque están subordinadas al Poder Constitucional. Las Fuerzas Armadas y las Fuerzas Policiales están subordinadas al Poder Constitucional. Luego, no son deliberantes.

l) Un número es divisible por dos si termina en cero o en cifra par. Un número es divisible por cinco si termina en cero o en cinco. Por tanto, un número es divisible por dos si no termina en cinco.

m) O Pasteur es el fundador de la bacteriología moderna o es el creador de la teoría microbiana del origen de las enfermedades. En consecuencia, no es el fundador de la bacteriología moderna

n) Si el trigo es una planta gramínea sirve para la alimentación del hombre. Si la cebada es una planta gramínea sirve para la elaboración de la cerveza. El trigo o la cebada son plantas gramíneas.

Luego, el trigo sirve para la alimentación del hombre o la cebada para la elaboración de la cerveza.

ñ) La suma de dos ángulos exteriores de un polígono convexo es igual a cuatro rectas. En consecuencia, la suma de dos ángulos exteriores de un polígono convexo es igual a cuatro rectas o las bisectrices de todos los ángulos de un polígono regular concurren en un mismo punto.

**Ejercicio N.º 14**
**Reductibilidad de fórmulas**

1. Reduzca las siguientes fórmulas a la negación conjunta:

a) $\sim p \wedge \sim q$
b) $\sim p \vee \sim q$
c) $\sim p \rightarrow \sim q$
d) $\sim p \leftrightarrow \sim q$
e) $\sim p \not\leftrightarrow \sim q$
f) $\sim p \mid \sim q$
g) $\sim (p \wedge \sim q)$
h) $\sim (p \vee \sim q)$
j) $(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim r$
k) $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$

2. Reduzca las siguientes fórmulas a la negación alterna:

a) $\sim p \wedge \sim q$
b) $\sim p \vee \sim q$
c) $\sim p \rightarrow \sim q$
d) $\sim p \leftrightarrow \sim q$
e) $\sim p \not\leftrightarrow \sim q$
f) $\sim p \downarrow \sim q$
g) $\sim (p \wedge \sim q)$
h) $\sim (p \vee \sim q)$
i) $(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim r$
j) $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$

# LA LÓGICA PROPOSICIONAL
# Y LOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS

## El isomorfismo entre la lógica proposicional y los circuitos eléctricos

La presencia de la lógica matemática en la solución de problemas científicos y tecnológicos es manifiesta. En efecto, el conocimiento científico tiene dos características fundamentales: es explicativo y predictivo. Estas dos características de la ciencia hacen que ella permita entender o comprender el fenómeno y aumentar nuestros conocimientos. Pero tanto las explicaciones como las predicciones de la ciencia se hacen por medio de inferencias o deducciones, es decir, ellas suponen la presencia de la lógica, presuponen la aplicación de las leyes lógicas. Por ejemplo, el descubrimiento del planeta Neptuno, hecho por el astrónomo Francés Leverrier en el siglo diecinueve, es un ejemplo de explicación y predicción en la ciencia. Por tanto, es un ejemplo de aplicación de las leyes lógicas al fenómeno que se quiere comprender.

Una de las grandes creaciones de la tecnología contemporánea es, sin duda alguna, el invento de las computadoras electrónicas, es decir, máquinas electrónicas del tratamiento de la información que han permitido resolver una serie de problemas, cuya solución, sin ellas, habría demorado siglos. La construcción de las computadoras electrónicas se basa en la construcción de circuitos electrónicos y ésta es posible mediante la aplicación de las leyes de la lógica proposicional.

La aplicación de la lógica proposicional a los circuitos eléctricos es posible en virtud del isomorfismo existente entre ambas. En efecto, el matemático e ingeniero norteamericano Claudio Shannon —uno de los diseñadores de las modernas computadoras— descubrió, en 1936, el isomorfismo (igualdad de formas básicas) existente entre la lógica de proposiciones y la teoría de los circuitos eléctricos. Gracias a este descubrimiento se ha desarrollado una teoría sistemática de los circuitos eléctricos y ésta ha hecho posible resolver cualquier problema concerniente a la construcción y funcionamiento de estos circuitos básicos de las computadoras electrónicas.

Para establecer el isomorfismo entre ambas teorías es necesario considerar sólo tres funciones lógicas: la conjunción, la disyunción y la negación. Como a través de esas tres funciones básicas se puede definir las demás funciones lógicas, entonces el isomorfismo es total.

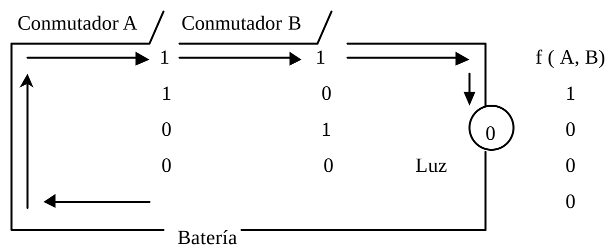
### Tipos fundamentales de circuitos

Para construir una computadora electrónica es preciso construir determinados circuitos eléctricos. Estos circuitos pueden reducirse a dos fundamentales: circuito en serie y circuito en paralelo.

#### El circuito en serie

El circuito en serie es un circuito con los conmutadores A y B, dispuestos de tal manera que uno queda detrás del otro. En este caso para que la corriente pase y se encienda el foco es necesario que los conmutadores A y B estén cerrados, es decir, asuman el valor de '1'. Basta que se abra uno de ellos, es decir, tome el valor de '0' para que la corriente se interrumpa. Esto quiere decir que el circuito en serie se comporta exactamente igual que una conjunción, es decir son dos funciones isomórficas tal como puede observarse en el siguiente diseño del circuito en serie:

Diseño del circuito en serie




| A | B | f (A, B) |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

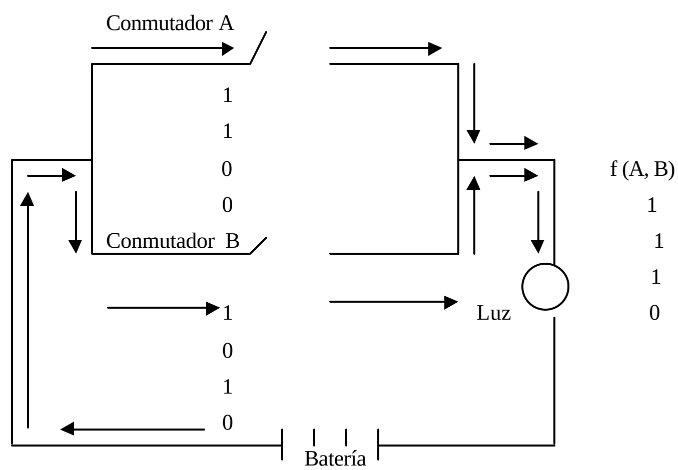
| p | q | p ∧ q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

El circuito en serie y la conjunción son dos funciones isomórficas.

En consecuencia, para que la corriente pase y se encienda el foco, es necesario que los conmutadores A y B estén cerrados. Basta que uno de los conmutadores esté abierto para que la corriente se interrumpa y no pueda encenderse el foco. Asimismo, si los conmutadores A y B están cerrados asumen el valor 1; en cambio, si los conmutadores A y B están abiertos, asumen el valor 0. Finalmente, el diseño del circuito en serie nos muestra que éste se comporta exactamente igual que una conjunción. Por lo tanto, en el lenguaje lógico este circuito se expresa a través de la fórmula conjuntiva: ‘p ∧ q’

## El circuito en paralelo

El circuito en paralelo es un circuito con dos conmutadores A y B, dispuestos de tal manera que uno queda al lado del otro. En este caso, para que la corriente pase y se encienda el foco basta que uno de los conmutadores éste cerrado. Para que la corriente se interrumpa es necesario que los dos conmutadores estén abiertos. Esto quiere decir que el circuito en paralelo se comporta exactamente igual que una disyunción, es decir, son dos funciones isomórficas, tal como puede apreciarse en el siguiente diseño del circuito en paralelo.




| A | B | f ( A , B) |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

| p | q | $p \vee q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

El circuito en paralelo y la disyunción son dos funciones isomórficas.

En consecuencia, para que la corriente pase y se encienda el foco es suficiente que uno de los dos conmutadores éste cerrado. Solamente en el caso de que los dos conmutadores estén abiertos la corriente se interrumpe y el foco no se enciende. Asimismo, si los conmutadores A y B están cerrados, entonces asumen el valor 1; mientras que si A y B están abiertos, entonces asumen el valor 0. Finalmente, el diseño del circuito en paralelo nos muestra que éste se comporta exactamente igual que una disyunción. Por tanto, en el lenguaje lógico este circuito se expresa a través de la fórmula disyuntiva: '$p \vee q$'

**Construcción, traducción y simplificación de circuitos**

Sobre la base de estas consideraciones es posible, en primer lugar, construir circuitos para fórmulas conjuntivas o disyuntivas; en segundo lugar, expresar estos circuitos a través de fórmulas moleculares y, finalmente, simplificar los circuitos aplicando las reglas lógicas estudiadas.

Equivalencias tautológicas empleadas en la construcción y simplificación de circuitos:

1. De Morgan (De M)

a) $\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$
b) $\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$

2. Implicación material (Imp.)

a) $(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$
b) $(p \rightarrow q) \equiv \sim (p \wedge \sim q)$

3. Equivalencia material (Equiv.)

a) $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$
b) $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

4. Distribución (Distr.)

a) $[ p \wedge ( q \vee r) ] \equiv [ ( p \wedge q ) \vee ( p \wedge r)]$
b) $[ p \vee ( q \wedge r )] \equiv [ ( p \vee q) \wedge ( p \vee r )]$

5. Tautología (Tau.)

a) $(p \wedge p ) \equiv p$
b) $( p \vee p ) \equiv p$

6. Absorción (Abs.)

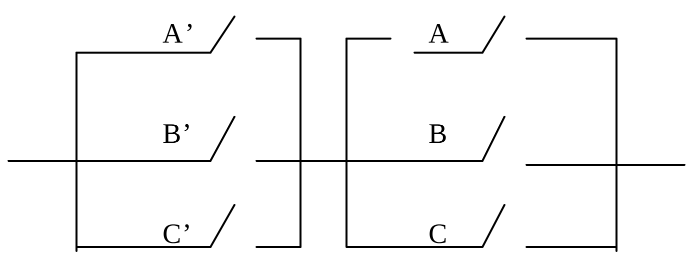
a) $[ p \wedge ( p \vee q)] \equiv p$
b) $[ p \vee ( p \wedge q)] \equiv p$
c) $[ p \wedge ( \sim p \vee q)] \equiv (p \wedge q)$
d) $[ p \vee ( \sim p \wedge q) \equiv ( p \vee q)$

A) Ejemplos de traducción de fórmulas a circuitos:

a) Fórmula:

1. $\sim (p \wedge q \wedge r ) \wedge \sim ( \sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$
2. $( \sim p \vee \sim q \vee \sim r) \wedge ( p \vee q \vee r )$ De M (1)

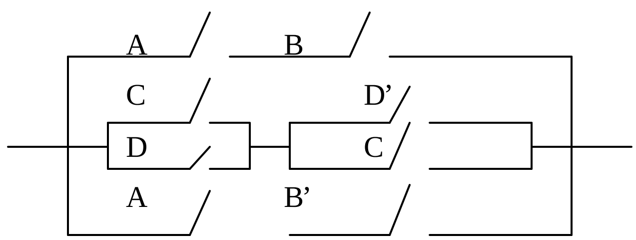
Circuito:



b) Fórmula:

1. $\sim(\sim p \vee \sim q) \vee [(r \vee s) \wedge (\sim s \vee r)] \vee (p \wedge \sim q)$
2. $(p \wedge q) \vee [(r \vee s) \wedge (\sim s \vee r)] \vee (p \wedge \sim q)$ De M (1)

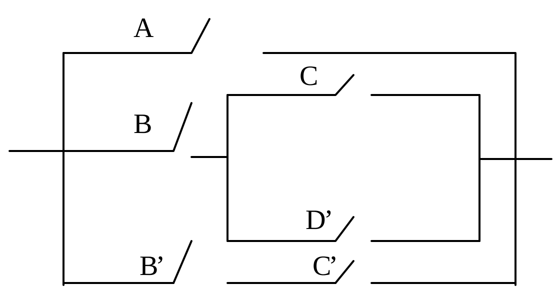
Circuito:




c) Fórmula:

1. $\sim p \rightarrow \sim [\sim q \vee \sim (r \vee \sim s)] \vee \sim (q \vee r)$
2. $p \vee \sim [\sim q \vee \sim (r \vee \sim s)] \vee \sim (q \vee r)$ Imp (1)
3. $p \vee [q \wedge (r \vee \sim s)] \vee (\sim q \wedge \sim r)$ De M (2)

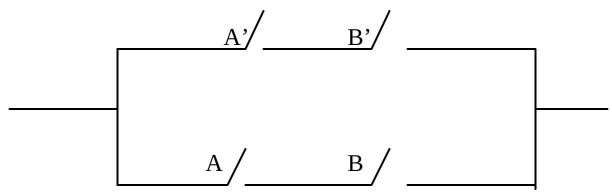
Circuito:



d) Fórmula:

1. $\sim ( p \not\leftrightarrow q)$
2. $\sim[( p \vee q) \wedge ( \sim p \vee \sim q)]$ DE (1)
3. $\sim (p \vee q) \vee \sim (\sim p \vee \sim q)$ De M (2)
4. $( \sim p \wedge \sim q) \vee ( p \wedge q)$ De M(3)

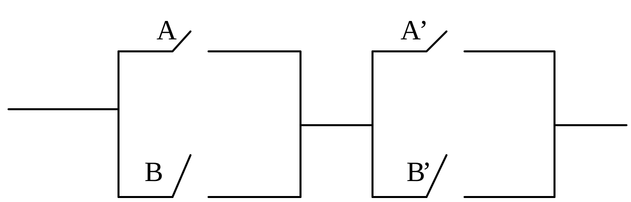
Circuito:




e) Fórmula:

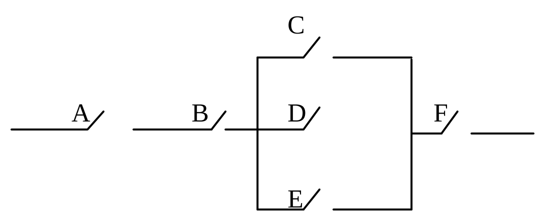
1. $\sim (\sim p \leftrightarrow \sim q)$
2. $\sim [(\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)]$ Equiv. (1)
3. $\sim (\sim p \wedge \sim q) \wedge \sim (p \wedge q)$ De M (2)
4. $(p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$ De M (3)

Circuito:



B) Ejemplos de traducción de circuitos a fórmulas:

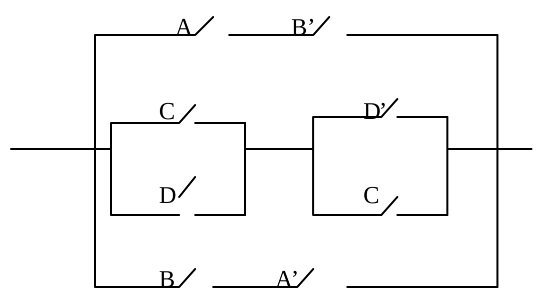
a) Circuito:




Fórmula:

$p \wedge q \wedge (r \vee s \vee t) \wedge w$

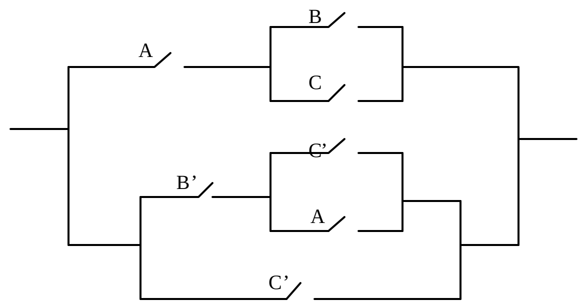
b) Circuito:




Fórmula:

$(p \wedge \sim q) \vee [ ( r \vee s) \wedge ( \sim s \vee r)] \vee (q \wedge \sim p)$

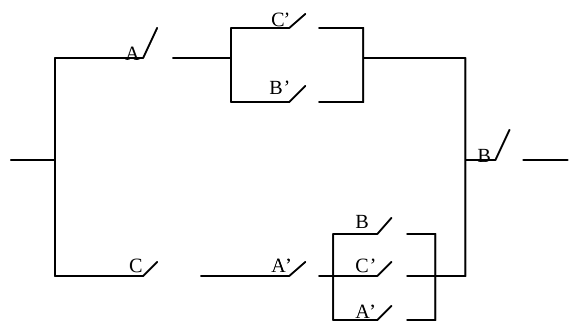
c) Circuito:




Fórmula:

$[\, p \wedge (q \vee r)] \vee [\sim q \wedge (\sim r \vee p)\,] \vee \sim r$

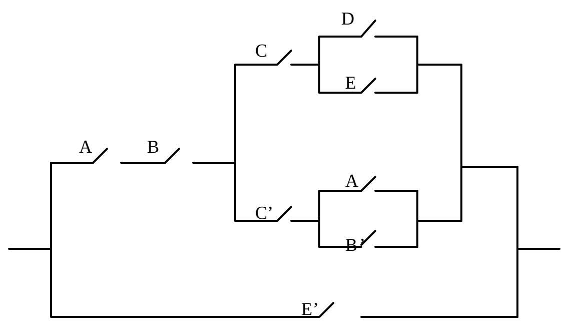
d) Circuito:



Formula:

$[ p \wedge (\sim r \vee \sim q)] \vee [ r \wedge \sim p \wedge (q \vee \sim r \vee \sim p)] \wedge q$

e) Circuito:

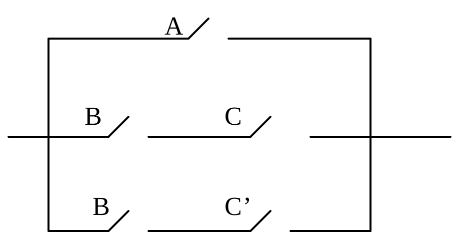



Formula:

$p \wedge q \wedge [ r \wedge ( s \vee t)] \vee [ \sim r \wedge ( p \vee \sim q) ] \vee \sim t$

C) Ejemplos de simplificación de circuitos:

a) Circuito:




Fórmula:

$p \vee (q \wedge r) \vee ( q \wedge \sim r)$

Simplificación de la fórmula:

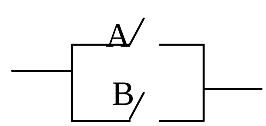
1. $p \vee (q \wedge r) \vee ( q \sim r)$
2. $p \vee [(q \vee q) \wedge (q \vee \sim r ) \wedge ( r \vee q) \wedge ( r \vee \sim r)]$ Dist. (1)
3. $p \vee [ q \wedge (q \vee \sim r) \wedge (r \vee q) \wedge (r \vee \sim r) ]$ Tau. (2)
4. $p \vee [q \wedge ( r \vee \sim r)]$ Abs. (3)
5. $p \vee q$ R.1. (4)

R. 1.: $(T \wedge Q) \Leftrightarrow Q$

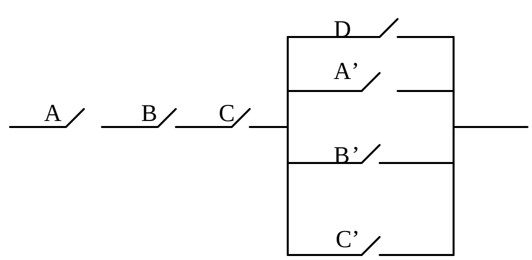
T: tautología

Q: fórmula cualquiera

Circuito simplificado:




b) Circuito:



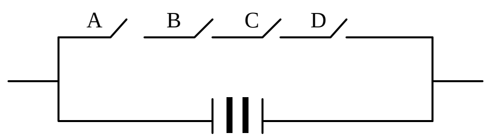
Fórmula:

$p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee \sim p \vee \sim q \vee \sim r)$

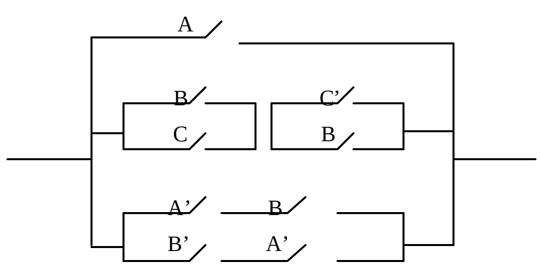
Simplificación de la fórmula:

1. $p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee \sim p \vee \sim q \sim r)$
2. $p \wedge q \wedge r \wedge s$ Abs. (1)

Circuito simplificado:




c) Circuito:




Fórmula:

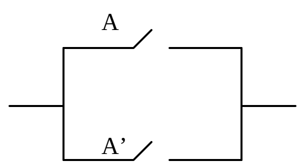
$p \vee [(q \vee r) \wedge (\sim r \vee q)] \vee (\sim p \wedge q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$

Simplificación de la fórmula:

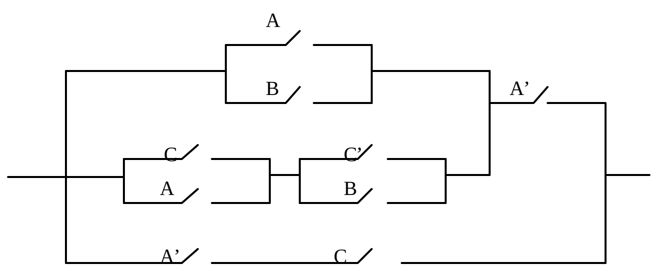
1. $p \vee [(q \vee r) \wedge (\sim r \vee q)] \vee (\sim p \wedge q \vee (\sim q \wedge \sim p)$
2. $p \vee [(q \vee r) \wedge (\sim r \vee q)] \vee q \vee \sim p$ Abs. (1)
3. $p \vee \sim p$ R.2. (2)

R.2. : $(T \vee Q) \Leftrightarrow T$
T : tautología
Q : fórmula cualquiera

Circuito simplificado:




d) Circuito



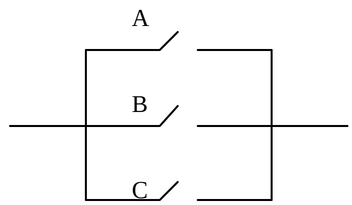

Fórmula:

$p \vee q \vee [(r \vee p) \wedge (\sim r \vee q) \wedge \sim p] \vee (\sim p \wedge r)$

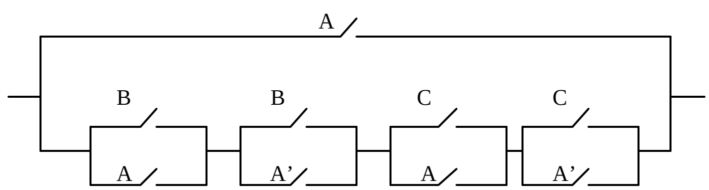
Simplificación de la fórmula:

1. $p \vee q \vee [(r \vee p) \wedge (\sim r \vee q) \wedge \sim p] \vee (\sim p \wedge r)$
2. $p \vee q \vee (r \wedge q \wedge \sim p) \vee (\sim p \wedge r)$ Abs. (1)
3. $p \vee q \vee (\sim p \wedge r)$ Abs. (2)
4. $p \vee q \vee r$ Abs. (3)

Circuito simplificado:




e) Circuito:




Fórmula:

$p \vee [(q \vee p) \wedge (q \vee \sim p) \wedge (r \vee \sim p) \wedge (r \vee \sim p)]$

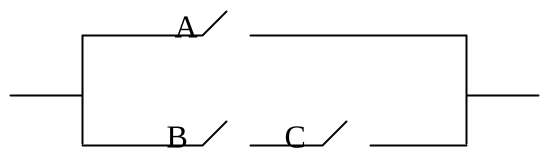
Simplificación de la fórmula:

1. $p \vee [(q \vee p) \wedge (q \vee \sim p) \wedge (r \vee p) \wedge (r \vee \sim p)]$
2. $(p \vee q \vee p) \wedge (p \vee q \vee \sim p) \wedge (p \vee r \vee p) \wedge (p \vee r \vee \sim p)$ Dist. (1)
3. $(p \vee q) \wedge (p \vee q \vee \sim p) \wedge (p \vee r) \wedge (p \vee r \vee \sim p)$ Tau. (2)
4. $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ R. 1. (3)

R. 1. : $(T \wedge Q) \leftrightarrow Q$
T : tautología
Q : fórmula cualquiera

5. $(p \wedge p) \vee (p \wedge r) \vee (q \wedge p) \vee (q \wedge r)$ Dist. (4)
6. $p \vee (p \wedge r) \vee (q \wedge p) \vee (q \wedge r)$ Tau. (5)
7. $p \vee (q \wedge r)$ Abs. (6)

Circuito simplificado:




**CUESTIONARIO N.º 11**

1. ¿Por qué es relevante la presencia de la lógica matemática en la solución de problemas científicos y tecnológicos?
2. ¿Cuál fue el descubrimiento del matemático norteamericano Claudio Shannon?
3. ¿En qué consiste el isomorfismo entre la lógica proposicional y los circuitos eléctricos?
4. ¿Cuál es la aplicación de la teoría de los circuitos eléctricos en el campo de la informática?
5. ¿Qué funciones lógica es necesario considerar para establecer el isomorfismo entre la lógica matemática y los circuitos eléctricos?
6. ¿Qué tipos de circuitos eléctricos existen?
7. ¿En qué consiste el circuito en serie?
8. ¿Por qué la conjunción y el circuito en serie son dos funciones isomórficas?
9. ¿ En qué consiste el circuito en paralelo?
10. ¿Por qué el circuito en paralelo y la disyunción son dos funciones isomórficas?

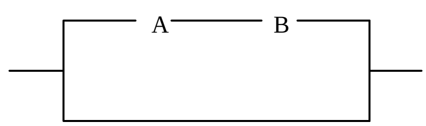
**Ejercicio N.º 15**
**La lógica proposicional y los circuitos eléctricos**

1. Construya un circuito para cada una de las siguientes fórmulas:

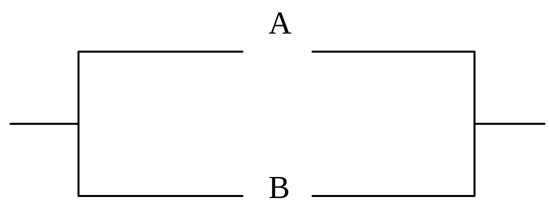
a) $p \vee (q \wedge r)$
b) $p \vee (q \vee r)$
c) $(p \wedge q) \vee (r \wedge s)$
d) $(p \vee q) \wedge (r \vee s)$
e) $(p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$
f) $(p \vee q \vee r) \wedge (\sim p \vee \sim q \vee \sim r)$
g) $\sim [(p \wedge q) \vee (r \wedge s)]$
h) $\sim [(p \vee q) \vee (r \wedge s)]$
i) $\sim [(p \wedge q) \vee \sim (\sim p \wedge \sim q)]$
j) $\sim [\sim (p \vee q) \wedge \sim (\sim p \vee \sim q)]$
k) $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$
l) $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$
m) $\sim [(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)]$
n) $\sim p \leftrightarrow \sim q$
o) $\sim p \downarrow \sim q$
p) $(p \wedge q) \mid (r \wedge s)$
q) $\sim (p \wedge q) \downarrow \sim (r \wedge s)$
r) $\sim [(p \rightarrow q) \downarrow (r \rightarrow s)]$
s) $[(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)] \downarrow [(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)]$
t) $[(p \mid p) \mid (q \mid q)] \mid [(p \mid p) \mid (q \mid q)]$

2. Traduzca a fórmulas los siguientes circuitos:

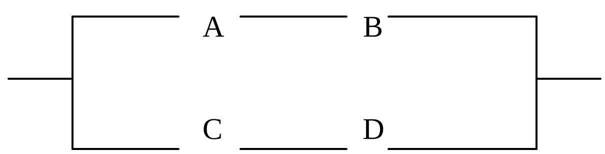
a)



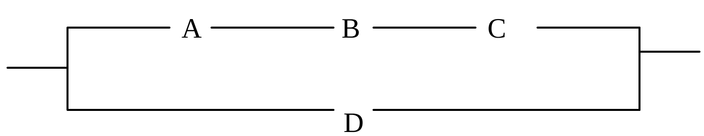
b)



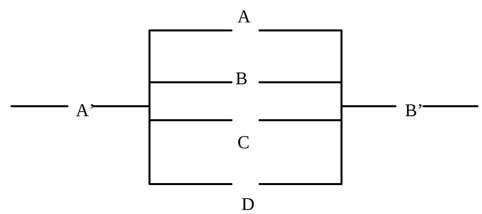

c)



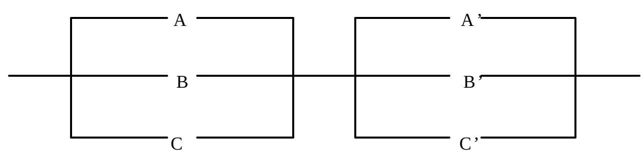

d)



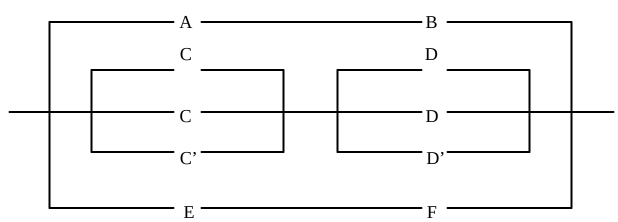
e)



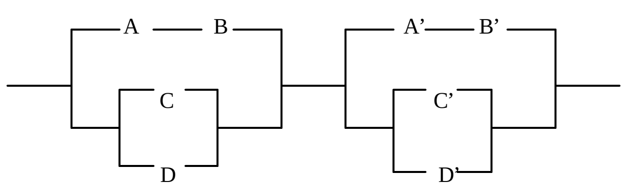

f)



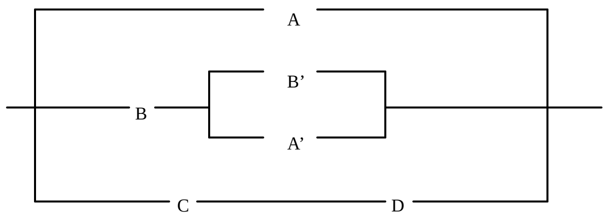

g)



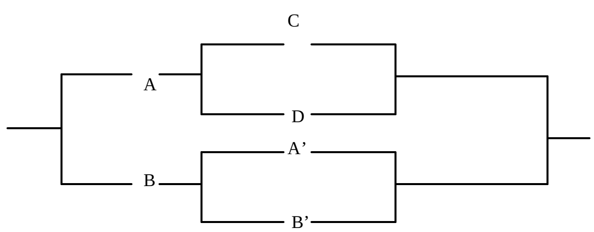

h)



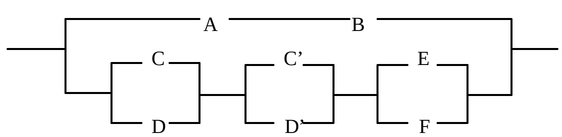
i)



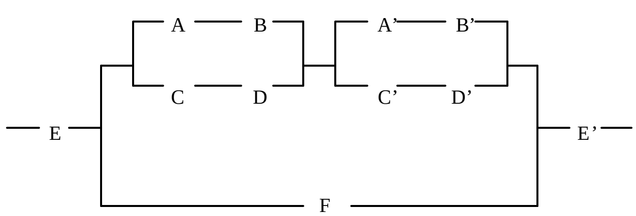

j)



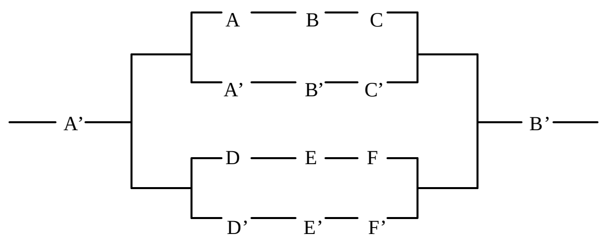

k)



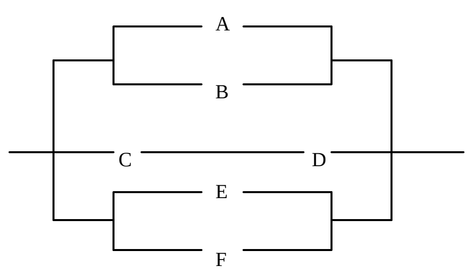

l)



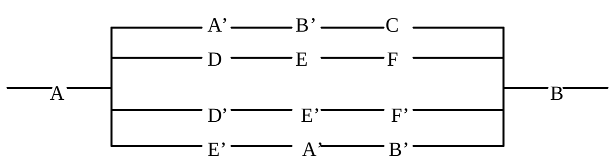
m)




n)

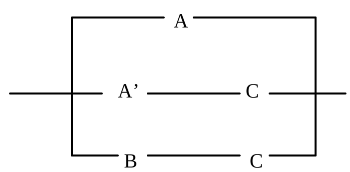



ñ)

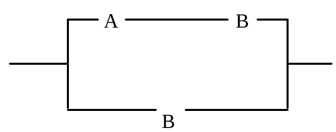


C) Simplifique los siguientes circuitos:

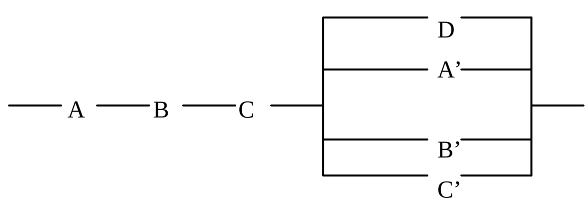
a)



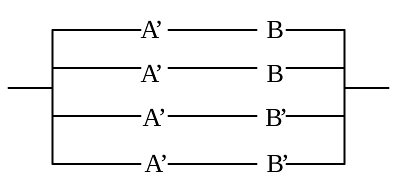

b)



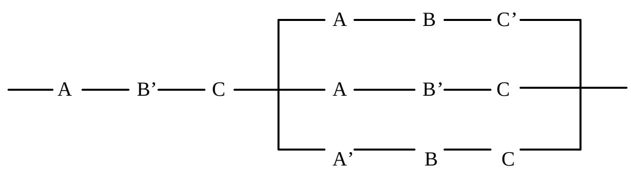

c)



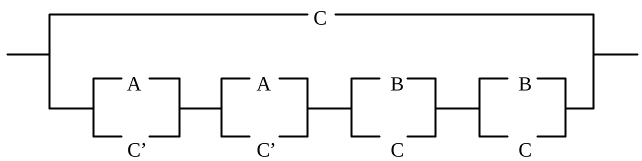

d)



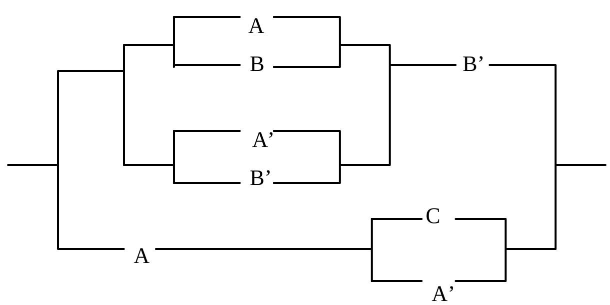
e)



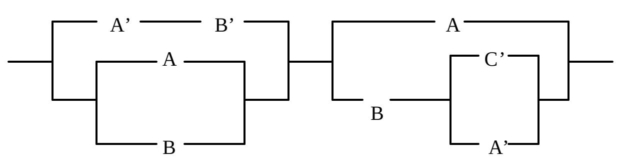

f)



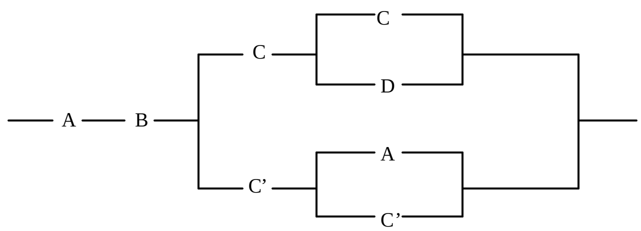

g)



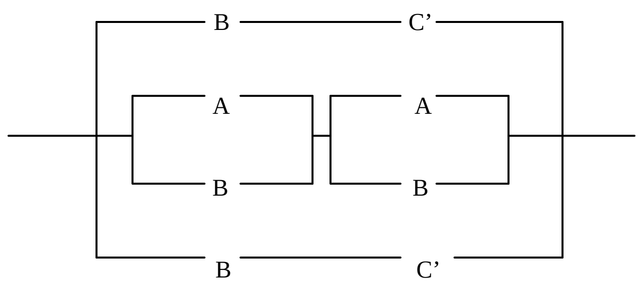

h)



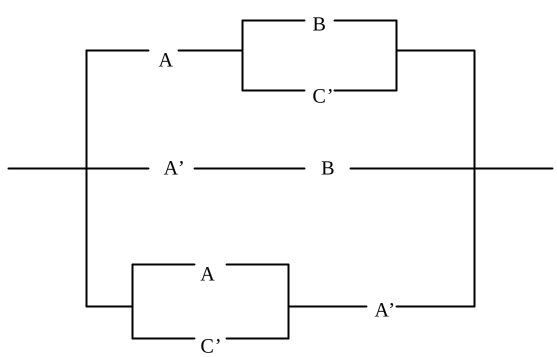
i)



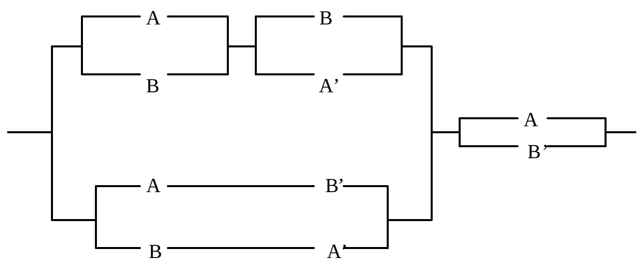

j)



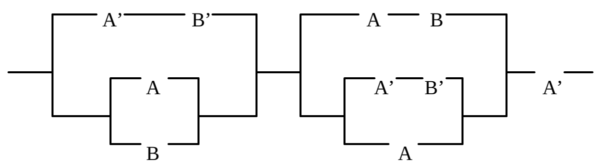

k)



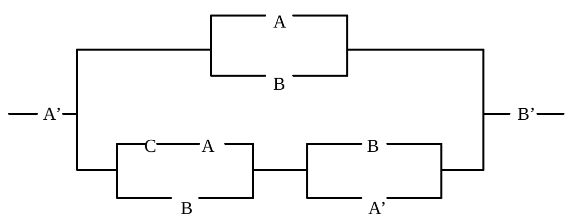
l)




m)




n)



# UNA PRESENTACIÓN AXIOMÁTICA DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

## El sistema axiomático

El sistema axiomático es, desde los tiempos de la geometría euclidiana, la forma típica de presentar el cálculo o lenguaje formalizado. Lo característico del sistema axiomático consiste en disponer de un conjunto de enunciados o fórmulas que se admiten sin demostración y a partir de los cuales se obtienen todas las demás afirmaciones de la teoría, las cuales se llaman teoremas. Las fórmulas aceptadas sin demostración se llaman axiomas o postulados.

El conjunto de los axiomas más la definición de enunciado o fórmula del sistema y el conjunto de las reglas para la obtención de teoremas a partir de los axiomas (reglas de transformación) constituyen la base primitiva del sistema. El nombre de 'reglas de transformación' está justificado porque las operaciones mediante las cuales se obtienen teoremas a partir de los axiomas consisten en transformaciones de éstos, como sustituciones de unas variables por otras, composición de axiomas para formar otras fórmulas.

Suele distinguirse entre sistemas axiomáticos formalizados y no formalizados. La diferencia principal entre unos y otros consiste en que los formalizados presentan explícitamente todas las reglas de transformación, mientras que los otros no lo hacen. En un sistema axiomático formalizado el conjunto de los axiomas y el de las reglas de transformación son ambos efectivos.

Como es natural las reglas de transformación y de formación de fórmulas o enunciados son metalingüísticas respecto de las fórmulas del sistema, puesto que son afirmaciones acerca de lo que puede hacerse con fórmulas del sistema. Igualmente, un enunciado que diga que tal o cual fórmula es un axioma será metalingüístico respecto del lenguaje al que pertenezca dicho axioma.

Finalmente, del mismo modo que los teoremas se obtienen de los axiomas, así también los predicados no primitivos, no contenidos en los axiomas, se obtienen en el sistema a partir de las nociones primitivas, contenidas en los axiomas. El modo de hacerlo se especifica mediante reglas de definición.

### Idea de demostración

Un sistema axiomático se constituye para establecer con precisión la fundamentación de los teoremas de una teoría en sus axiomas y la demostración como el modo formal de fundamentar.

Una demostración en un sistema axiomático es una sucesión finita de fórmulas cada una de las cuales es o bien un axioma o bien una fórmula obtenida inmediatamente de un axioma por la aplicación de una regla de transformación, o bien una fórmula obtenida de otra u otras de los dos géneros anteriores mediante una aplicación de las reglas de transformación. Un teorema es, en sentido estricto, una fórmula de cualquiera de las dos clases últimamente citadas; y, en sentido amplio, es cualquier fórmula fundamentada del sistema.[30]

### Sistema axiomático de *Principia Mathematica*. Russell/Whitehead

I. Símbolos primitivos

1. Variables proposicionales: p, q, r, s
2. Operadores: ~, ∨.
3. Signos de agrupación: '( )', '[ ]', '{ }'

II. Reglas de formación:

1. Toda variable proposicional es una fórmula bien formada (fbf).
2. Si P es una fbf, entonces ~P también lo es.
3. Si P y Q son fbfs, entonces P ∨ Q también lo es.
4. Éstas son todas las reglas de formación del sistema.

[30] SACRISTÁN, Manuel, *Introducción a la lógica y al análisis formal*, Barcelona, Ariel, 1969, pp. 103-104.

III. Definiciones:

1. Definición 1 (Def. 1) $P \rightarrow Q = \text{def.} \sim P \vee Q$
2. Definición 2 (Def. 2) $P \wedge Q = \text{def.} \sim (\sim P \vee \sim Q)$
3. Definición 3 (Def. 3) $P \leftrightarrow Q = \text{def.} (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

IV. Reglas de transformación:

1. Regla de sustitución (R.1.)
   En una fórmula cualquiera toda variable proposicional puede ser sustituida por cualquier fbf, siempre que la sustitución se verifique en todos los lugares en que dicha variable aparezca.
2. Regla de separación (R.2.)
   Si P es una fórmula derivable del sistema y también lo es la fórmula $P \rightarrow Q$, entonces
   Q es otra fórmula derivable.

V. Axiomas:

| | |
|---|---|
| Ax. 1 | $(p \vee p) \rightarrow p$ |
| Ax 2 | $q \rightarrow (p \vee q)$ |
| Ax 3 | $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$ |
| Ax 4 | $(q \rightarrow r) \rightarrow [(p \vee q) \rightarrow (p \vee r)]$ |

**Ejemplos de demostración de teoremas**

1. Demuestre los siguientes teoremas:

Teorema 1 $q \rightarrow (p \rightarrow q)$

| | |
|---|---|
| 1. $q \rightarrow (p \vee q)$ | Ax. 2 |
| 2. $q \rightarrow (\sim p \vee q)$ | R. 1 $\sim p / p$ (1) |
| 3. $q \rightarrow (p \rightarrow q)$ | Def. 1(2) |

Teorema 2 $(q \rightarrow r) \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)]$

1. $(q \rightarrow r) \rightarrow [(p \vee q) \rightarrow (p \vee r)]$ Ax. 4
2. $(q \rightarrow r) \rightarrow [(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim p \vee r)]$ R.1 ~ p / p (1)
3. $(q \rightarrow r) \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)]$ Def.1 (2)

Teorema 3 $(p \rightarrow \sim p) \rightarrow \sim p$

1. $(p \vee p) \rightarrow p$ Ax. 1
2. $(\sim p \vee \sim p) \rightarrow \sim p$ R. 1 ~ p / p (1)
3. $(p \rightarrow \sim p) \rightarrow \sim p$ Def. 1 (2)

Teorema 4 $(p \rightarrow \sim q) \rightarrow (q \rightarrow \sim p)$

1. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$ Ax. 3
2. $(\sim p \vee \sim q) \rightarrow (\sim q \vee \sim p)$ R.1 ~p / p, ~ q / q (1)
3. $(p \rightarrow \sim q) \rightarrow (q \rightarrow \sim p)$ Def. 1 (2)

Teorema 5 $p \rightarrow p$

1. $(q \rightarrow r) \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)]$ T.2
2. $[(p \vee p) \rightarrow p] \rightarrow \{[p \rightarrow (p \vee p)] \rightarrow (p \rightarrow p)\}$ R.1 p ∨ p / q p / r (1)
3. $(p \vee p) \rightarrow p$ Ax.1
4. $[(p \rightarrow (p \vee p)] \rightarrow (p \rightarrow p)$ R.2 (2,3)
5. $q \rightarrow (p \vee q)$ Ax. 2
6. $p \rightarrow (p \vee p)$ R.1 p / q (5)
7. $p \rightarrow p$ R.2 (4,6)

Teorema 6 $(q \vee p) \rightarrow (p \vee q)$

1. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$ Ax. 3
2. $(r \vee s) \rightarrow (s \vee r)$ R.1 r / p, s / q (1)
3. $(q \vee p) \rightarrow (p \vee q)$ R.1 q / r, p / s (2)

Teorema 7 $\sim p \vee p$

1. $p \rightarrow p$ T.5
2. $\sim p \vee p$ Def. 1(1)

Teorema 8 $p \vee \sim p$

1. $p \rightarrow p$ T.5
2. $\sim p \rightarrow \sim p$ R.1 $\sim p / p$ (1)
3. $p \vee \sim p$ Def. 1 (2)

Teorema 9 $p \rightarrow \sim \sim p$

1. $p \vee \sim p$ T.8
2. $\sim p \vee \sim \sim p$ R.1 $\sim p / p$ (1)
3. $p \rightarrow \sim \sim p$ Def. 1 (2)

Teorema 10 $p \vee \sim \sim \sim p$

1. $(q \rightarrow r)\ [(p \vee q) \rightarrow (p \vee r)]$ Ax. 4
2. $(\sim p \rightarrow \sim \sim \sim p) \rightarrow [(p \vee \sim p) \rightarrow (p \vee \sim \sim \sim p)]$
   R.1$\sim p / q, \sim \sim \sim p / r$ (1)
3. $p \rightarrow \sim \sim p$ T.9
4. $\sim p \rightarrow \sim \sim \sim p$ R.1 $\sim p / p$ (3)
5. $(p \vee \sim p) \rightarrow (p \vee \sim \sim \sim p)$ R.2 (2,4)
6. $p \vee \sim p$ T.8
7. $p \vee \sim \sim \sim p$ R.2 (5,6)

## Cuestionario N.º 12

1. ¿Qué es el sistema axiomático?
2. ¿A qué se denominan axiomas?
3. ¿Cuál es la base primitiva del sistema axiomático?
4. ¿Cuál es la diferencia principal entre los sistemas axiomáticos formalizados y aquellos que no son tales?
5. ¿Por qué las reglas de transformación y formación de fórmulas son consideradas metalingüísticas?
6. ¿Cuál es la finalidad con que se constituye un sistema axiomático?
7. En el contexto de un sistema axiomático, ¿qué es una demostración?
8. ¿Qué es un teorema?
9. ¿Qué símbolos primitivos, reglas de formación y definiciones contiene el sistema axiomático de PM?
10. ¿Cuáles son las reglas de transformación y los axiomas que se consideran en PM?

## Ejercicio N.º 16
## Demostración de teoremas de la lógica proposicional

1. Demuestre los siguientes teoremas:

a) Teorema 11 $\sim\sim p \rightarrow p$

b) Teorema 12 $(\sim p \rightarrow p) \rightarrow p$

c) Teorema 13 $\sim (p \wedge q) \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

d) Teorema 14 $(\sim p \vee \sim q) \rightarrow \sim (p \wedge q)$

e) Teorema 15 $\sim (p \wedge \sim p)$

f) Teorema 16 $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$

g) Teorema 17 $(\sim q \to \sim p) \to (p \to q)$

h) Teorema 18 $(\sim p \to q) \to (\sim q \to p)$

i) Teorema 19 $p \to (p \vee p)$

j) Teorema 20 $p \to (q \to p)$

# Segunda parte

# LÓGICA DE PREDICADOS

## Idea de la lógica de predicados

Los métodos empleados en la lógica de proposiciones resultan insuficientes para examinar otros tipos de inferencias. Así, por ejemplo, no es posible decidir con dichos métodos la validez de esta sencilla inferencia:

Todos los peruanos son sudamericanos
Todos los ayacuchanos son peruanos
___
Luego, todos los ayacuchanos son sudamericanos.

Expresando simbólicamente las premisas y la conclusión de la inferencia, tendríamos:

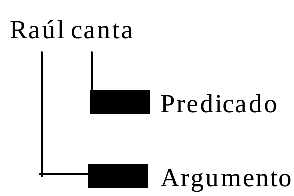
$$\begin{array}{l} p \\ \underline{q} \\ \therefore r \end{array} \qquad\qquad (p \wedge q) \rightarrow r$$

La inferencia propuesta es intuitivamente válida, sin embargo, esta fórmula "p" y "q" implica "r" es inválida porque es posible hacer verdaderas las premisas y falsa la conclusión. Examinando atentamente la estructura de la inferencia llegamos a la evidencia que su validez depende no sólo de las relaciones existentes entre sus proposiciones, sino también de las relaciones existentes entre los elementos de sus proposiciones, elementos conocidos tradicionalmente con el nombre de términos.

De este nuevo tipo de inferencia, basado en el análisis de la estructura interna de las proposiciones atómicas, se ocupa esta segunda parte de la lógica llamada lógica de los predicados.

Hay semejanza entre los predicados del lenguaje natural y los predicados lógicos, en el sentido de que palabras que denotan propiedades o cualidades como 'rojo', 'caliente', 'veloz', 'peruano', etc., son predicados gramaticales y también predicados lógicos de una posición o de un argumento, en el sentido de que se afirman de sólo un nombre como 'Juan es veloz'. La diferencia que hemos señalado antes se produce con términos como 'gato', 'león' u otros que son sustantivos comunes, pero que en lógica en ningún caso son nombres, sino predicados. La situación se acentúa más con palabras como 'hermano', 'cuñado', 'cabeza' que el lenguaje de la lógica de predicados interpreta como predicados de dos posiciones o predicados relacionales en el sentido de que se aplican a dos nombres como, por ejemplo, 'Juan es hermano de Magda' o 'Elena es cuñada de Rosa'. En estos casos, de manera general, los predicados son '... hermano de...', '... cuñado de...', '... cabeza de...'.[31]

La lógica de predicados, llamada también lógica cuantificacional, comienza distinguiendo dos clases de términos: los que representan individuos (gramaticalmente "sujetos") y los que representan propiedades (gramaticalmente "predicados"). Lógicamente los llamaremos argumentos y predicados respectivamente, de acuerdo a este esquema:




31 PISCOYA HERMOZA, Luis, *Lógica,* Lima, Facultad de Educación de la UNMSM, 1997, p. 245.

El predicado determina al argumento y es considerado por la lógica de predicados como una nota o característica del sujeto.

Las proposiciones que intervienen en este nuevo tipo de inferencia son atómico-predicativas. Consecuentemente, de acuerdo a la cantidad del sujeto, pueden clasificarse en:

a) Singulares: el sujeto es un individuo. Ejemplo: Manuel Kant es filósofo.
b) Universales: el sujeto es una totalidad de individuos. Ejemplo: Todos los geriatras son médicos.
c) Particulares: el sujeto es una parcialidad de individuos. Ejemplo: Algunos musulmanes son talibanes.

La cantidad del sujeto en estas proposiciones introduce nuevos elementos, los cuantificadores, representados por los términos "todos" y "algunos". Estos nuevos elementos determinan cuantitativamente a sus argumentos.

## Sintaxis de la lógica de predicados

Los símbolos que introduce la lógica de predicados son:

- Variables individuales, que representan individuos indeterminados. Se emplean las últimas letras minúsculas del alfabeto: x, y, z.
- Constantes individuales, que representan individuos determinados. Se utilizan las primeras letras minúsculas del alfabeto: a, b, c, d...
- Variables predicativas, que representan predicados indeterminados. Se usan estas letras mayúsculas: F, G, H…
- Cuantificadores, hacen referencia a la totalidad o a una parte de los miembros de un conjunto. Pudiendo ser la generalización universal o particular, los cuantificadores son de dos tipos:

  ($\forall$ ...): cuantificador universal
  ($\exists$ ...): cuantificador existencial

Los símbolos " $\forall$ " y " $\exists$ " se llaman cuantificadores. En el espacio vacío que le sigue dentro del paréntesis se colocan o bien variables individuales como ($\forall$ x) y ($\exists$ x), y entonces estamos en el ámbito de la lógica de predicados de primer orden; o bien, variables predicativas como ($\forall$ F) y ($\exists$ F) situándonos, con esto, en el contexto de la lógica de predicados de segundo orden.

La lógica cuantificacional aquí desarrollada es de primer orden, pues los cuantificadores sólo contienen variables individuales.

**Reglas de formación de fórmulas bien formadas**

R.1. Cada variable predicativa seguida de una o más constantes individuales es una proposición atómica. Ejemplos:

a) Fa
b) Gab
c) Habc

R.2. Cada proposición atómica afectada al menos por un operador es una proposición molecular. Ejemplos:

a) $Fa \wedge Gb$
b) $Fa \rightarrow (Gb \vee Hc)$
c) $Fa \wedge Gb \wedge Hc$

R.3. Cada variable predicativa seguida de una o más variables individuales es una función proposicional atómica. Ejemplos:

a) Fx
b) Gxy
c) Hxyz

R.4. Cada función proposicional atómica afectada al menos por un operador es una función proposicional molecular. Ejemplos:

a) $Fx \wedge Gy$
b) $Fx \rightarrow (Gy \vee Hz)$
c) $Fx \wedge Gy \wedge Hz$

R.5. Son variables libres las variables que no son afectadas por algún cuantificador. Ejemplos:

a) Fx

b) $(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz$

c) $Fx \wedge (Gy \wedge Hz)$

R.6. Son variables ligadas las variables afectadas por algún cuantificador. Ejemplos:

a) $(\exists x)\, Fx$

b) $(\exists x)(\exists y)(Fx \wedge Gy)$

c) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)\, [(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz]$

R.7. Son fórmulas cerradas las fórmulas que no contienen variables libres. Ejemplos:

a) $(\exists x)\, Fx$

b) $(\exists x)(\exists y)(Fx \wedge Gy)$

c) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)\, [(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz]$

R.8. Son fórmulas abiertas las fórmulas que contienen al menos una variable libre. Ejemplos:

a) Fx

b) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)\, (Fx \rightarrow Gy) \vee Hz$

c) $Fx \wedge (\exists y)(\exists z)\, (Gy \wedge Hz)$

R.9. Si cuantificamos las variables libres de una función proposicional obtenemos una proposición. Ejemplos:

a) Fx: $(\forall x)\, Fx$

b) $(Fx \rightarrow Gy) \vee Hz$: $(\forall x)(\exists y)(\forall z)\, [((Fx \rightarrow Gy) \vee Hz]$

c) $Fx \wedge (Gy \wedge Hz)$: $(\exists x)(\exists y)(\exists z)\, [Fx \wedge (Gy \wedge Hz)]$

R.10. Si sustituimos las variables libres de una función proposicional por constantes individuales obtenemos una proposición. Ejemplos:

a) Fx: Fa

b) Gxy: Gab

c) Hxyz: Habc

R.11. Son fórmulas predicativas monádicas las que contienen una sola variable individual. Ejemplos:

a) $(\exists x)$ Fx

b) $(\exists y)$ (Fy $\wedge$ Gy)

c) $(\forall z)$ [(Fz $\rightarrow$ Gz) $\vee$ Hz]

R.12. Son fórmulas predicativas poliádicas las que contienen dos o más variables individuales. Ejemplos:

a) $(\exists x)$ $(\exists y)$ Fxy

b) $(\exists x)$ $(\exists y)$ (Fx $\wedge$ Gy)

c) $(\forall x)$ $(\forall y)$ $(\forall z)$ [(Fx $\rightarrow$ Gy) $\vee$ Hz]

R.13. En la lógica de predicados de primer orden se cuantifican sólo las variables individuales. Ejemplos:

a) $(\exists x)$ Fx

b) $(\exists x)$ $(\exists y)$ (Fx $\wedge$ Gy)

c) $(\forall x)$ $(\exists y)$ $(\forall z)$ [(Fx $\rightarrow$ Gy) $\vee$ Hz]

R.14. En la lógica de predicados de segundo orden se cuantifican también las variables predicativas. Ejemplos:

a) $(\exists F)$ $(\exists x)$ $(\exists y)$ Fx

b) $(\exists G)$ $(\exists x)$ $(\exists y)$ (Fx $\wedge$ Gy)

c) $(\forall x)$ $(\forall y)$ $(\forall H)$ $(\forall z)$ [(Fx $\rightarrow$ Gy) $\vee$ Hz]

**Formalización de proposiciones singulares**

Una proposición predicativa se simboliza funcionalmente invirtiendo el orden de sus elementos y, por razones operativas, se usa cualquier letra mayúscula para los predicados y cualquier letra minúscula para las constantes individuales. Ejemplos:

a) David es abogado: Ad

b) David y Goliat no son médicos: ~ Md $\wedge$ ~ Mg

c) Es falso que David y Goliat sean filósofos: ~ (Fd $\wedge$ Fg)

d) David y Goliat son hermanos: Hdg

e) Lima es la capital del Perú: Clp
f) Lima está entre Áncash e Ica: Elai

Todas estas fórmulas, de la ‘a)’ hasta la ‘f)’, representan proposiciones pues sus argumentos o sujetos están simbolizados por constantes que significan individuos determinados, consecuentemente se pueden calificar de verdaderas o falsas.

**Formalización de funciones proposicionales**

Las siguientes expresiones ‘x es inteligente’ e ‘y es sabio’, que se simbolizan respectivamente ‘Ix’ y ‘Sy’, son funciones proposicionales, es decir, casi proposiciones ya que sus argumentos están representados por variables que significan individuos indeterminados, de manera que no pueden ser calificadas de verdaderas ni de falsas.

Cuantificación:

Una función proposicional expresa simbólicamente la forma de una proposición individual. Para ampliar su significación a más individuos se le anteponen los cuantificadores. Así se tiene:

Px : x es periodista
$(\exists x)$ Px : algunos x son periodistas
$(\forall x)$ Px : todos los x son periodistas

La variable que constituye el cuantificador es precisamente la variable que se desea cuantificar. No es, pues, necesario que siempre se escriba “x”, sino que también puede intervenir cualquier otra variable individual como “y”, “z”.

Transformación de funciones en proposiciones:

Hay dos maneras de transformar funciones en proposiciones, como se ha visto anteriormente:

a) Sustituyendo la variable individual por una constante individual. Ejemplo:

- Fx (función proposicional)
- Fa (proposición)

b) Anteponiendo un cuantificador a la función. Ejemplo:

- Fx (función proposicional)
- $(\exists x)$ Fx (proposición)
- $(\forall x)$ Fx (proposición)

Está claro que al anteponer un cuantificador a la función se ha especificado cuantitativamente el dominio de la variable individual de manera que las expresiones resultantes pueden ser calificadas de verdaderas o falsas ya que tienen un significado determinado.

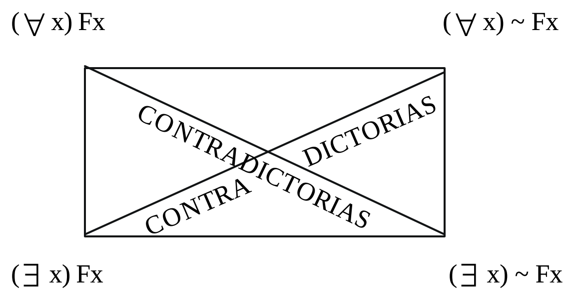
**Formalización de proposiciones cuantificadas**

Como las proposiciones cuantificadas, tanto universales como existenciales, pueden ser afirmativas o negativas, su expresión simbólica es la siguiente:

| Proposiciones | | Fórmulas |
|---|---|---|
| Todo x enseña | : | $(\forall x)$ Ex |
| Ningún x enseña | : | $(\forall x) \sim$ Ex |
| Algún x enseña | : | $(\exists x)$ Ex |
| Algún x no enseña | : | $(\exists x) \sim$Ex |

Equivalencia de proposiciones cuantificadas:

Las relaciones entre las proposiciones cuantificadas aparecen claramente si las colocamos en el cuadro tradicional:




sabemos que la verdad de una de ellas se sigue la falsedad de su contradictoria. Luego, si se niega cualquiera de éstas se obtiene una equivalencia.

**Reglas de equivalencia entre cuantificadores (Intercambio de cuantificadores: IC)**

Para intercambiar cuantificadores se suple uno con otro teniendo cuidado de cambiar de signo tanto el cuantificador como a la función predicativa.

a) $(\forall x) Fx \equiv \sim (\exists x) \sim Fx$
b) $(\exists x) Fx \equiv \sim (\forall x) \sim Fx$
c) $(\forall x) \sim Fx \equiv \sim (\exists x) Fx$
d) $(\exists x) \sim Fx \equiv \sim (\forall x) Fx$

Ejemplos:

a) Todos son probos equivale a es falso que algunos no sean probos

b) Algunos son probos equivale a es falso que ninguno sea probo

c) Ninguno es probo equivale a es falso que algunos sean probos

d) Algunos no son probos equivale a es falsoque todos sean probos

## Formalización de proposiciones complejas

Habiendo establecido la representación funcional de las proposiciones atómicas es posible ahora conectarlas con los operadores de la lógica proposicional para formar con ellas proposiciones moleculares. Por ejemplo, las siguientes proposiciones

a) La noticia es sensacional y el público aplaude
p q

b) Si la función tiene éxito, el promotor se alegra
p q

se representarán así:

a) $Sn \wedge Ap$
b) $Ef \rightarrow Ap$

## Formalización de las proposiciones categóricas

Estamos ahora en condiciones de proponer para las proposiciones tradicionales una expresión simbólica más ágil (usada ya por Aristóteles) que permita adaptarlas a los nuevos procedimientos decisorios.

### Proposición universal afirmativa (A)

La proposición

Todos los limeños son peruanos

puede representarse funcionalmente

Para todo x, si x es limeño, entonces x es peruano
$(\forall x)$ $Lx$ $\rightarrow$ $Px$
es decir, la fórmula resultante es: $(\forall x)\ (Lx \rightarrow Px)$

**Proposición universal negativa (E)**

La proposición

Ningún congresista es adolescente

Se representa funcionalmente

Para todo x, si x es congresista, entonces x no es adolescente

$(\forall x) \quad Cx \quad \rightarrow \quad \sim Ax$

es decir, la fórmula resultante es: $(\forall x)\,(Cx \rightarrow \sim Ax)$

**Proposición particular afirmativa ( I )**

La proposición

Algunos universitarios son sanmarquinos

se representa funcionalmente

Existe por lo menos un x tal que, x es universitario y x es sanmarquino

$(\exists x) \quad Ux \quad \wedge \quad Sx$

es decir, la fórmula es: $(\exists x)\,(Ux \wedge Sx)$

**Proposición particular negativa (0)**

La proposición

Algunos jueces no son corruptos

se representa funcionalmente

Existe por lo menos un x tal que, x es juez y x no es corrupto

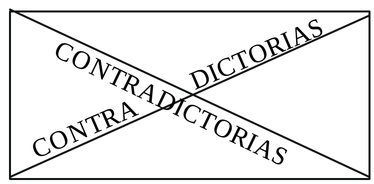
$(\exists x) \quad Jx \quad \wedge \quad \sim Cx$

es decir, la fórmula es: $(\exists x)\,(Jx \wedge \sim Cx)$

## Formalización del cuadro de Boecio en el lenguaje de predicados

Ahora el cuadro de Boecio queda conformado de la siguiente manera:

$(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$ $\qquad\qquad$ $(\forall x)(Fx \rightarrow \sim Gx)$




$(\exists x)(Fx \wedge Gx)$ $\qquad\qquad$ $(\exists x)(Fx \wedge \sim Gx)$

## Alcance de los cuantificadores

Conviene determinar algunos criterios para indicar el área de influencia de un cuantificador:

a) Si un cuantificador no va seguido de un signo de agrupación su alcance llega hasta la variable correspondiente a la primera letra de predicado a su derecha.

Ejemplos:

- $(\forall x)\, Fx$
- $(\forall x)\, Fx \rightarrow Gx$

en ambos casos el alcance sólo llega a Fx

b) Si un cuantificador va delante de signos de agrupación su alcance se extiende a toda la expresión encerrada dentro de ellos. Ejemplos:

- $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$
- $(\exists x)[(Fx \vee Gx) \wedge Hx]$

### Variables libres y ligadas

Se distinguen dos clases de variables:

a) Variables libres, no están bajo el alcance de un cuantificador.
b) Variables ligadas, están bajo el alcance de un cuantificador.

### Fórmulas abiertas y fórmulas cerradas

Una fórmula se llama abierta si exhibe al menos una variable libre. Igualmente, toda fórmula abierta es una función proposicional, esto es, no es interpretable como proposición. Una fórmula se denomina cerrada si no exhibe ninguna variable libre y es interpretable como una proposición.

'Fxy' es una función proposicional, sus dos variables están libres del alcance de un cuantificador, consecuentemente es una fórmula abierta; pero si le anteponemos un cuantificador para cada una de sus variables obtenemos una proposición, esto es, una fórmula cerrada de la forma '$(\forall x)\,(\exists y)\,Fxy$'. Otros ejemplos:

a) $(\forall x)\,(Fx \vee Gx)$
b) $(\forall x)\,Fxy \vee (\exists y)\,Gxy$
c) $(\exists x)\,(Fxa \vee Gx)$

'a)' es una fórmula cerrada pues las dos incidencias de 'x' están ligadas al cuantificador universal que es el operador de mayor jerarquía. 'b)' es una fórmula abierta pues la primera incidencia de 'y' es libre; el cuantificador universal, en este caso, sólo liga la primera incidencia de 'x'. Igualmente la segunda incidencia de 'x' también es libre porque el segundo cuantificador no liga a 'x' y el primer cuantificador tiene alcance sólo hasta antes de '$\vee$', que es el operador de mayor jerarquía. Finalmente, 'c)' es una fórmula cerrada pues las dos incidencias de 'x' están ligadas al cuantificador existencial, y a la letra 'a' no se le puede aplicar un cuantificador porque no es una variable sino una constante individual.

**Leyes de oposición aristotélica**

Con la nueva simbolización del cuadro de oposición se pueden determinar claramente las leyes de oposición con el simple recurso de negar la contradictoria resultando las siguientes equivalencias:

a) $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \equiv \sim(\exists x)(Fx \wedge \sim Gx)$
b) $(\forall x)(Fx \rightarrow \sim Gx) \equiv \sim(\exists x)(Fx \wedge Gx)$
c) $(\exists x)(Fx \wedge Gx) \equiv \sim(\forall x)(Fx \rightarrow \sim Gx)$
d) $(\exists x)(Fx \wedge \sim Gx) \equiv \sim(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$

**Demostración de la validez de las leyes de la oposición aristotélica**

Se demuestra la validez de las leyes de oposición verificando si la primera fórmula de la equivalencia es reducible a una fórmula isoforma a la segunda.

En relación con la primera ley tenemos:

a) $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \equiv \sim(\exists x)(Fx \wedge \sim Gx)$
1. $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$
2. $\sim(\exists x)\sim(Fx \rightarrow Gx)$ IC (1)
3. $\sim(\exists x)(Fx \wedge \sim Gx)$ Impl. (2)

Verificada la reducibilidad se concluye la validez de la ley.

Tomemos ahora la segunda ley:

b) $(\forall x)(Fx \rightarrow \sim Gx) \equiv \sim(\exists x)(Fx \wedge Gx)$
1. $(\forall x)(Fx \rightarrow \sim Gx)$
2. $\sim(\exists x)\sim(Fx \rightarrow \sim Gx)$ IC (1)
3. $\sim(\exists x)(Fx \wedge Gx)$ Impl. (2)

Confirmada la reducibilidad queda verificada la equivalencia y por consiguiente la validez de la ley.

La tercera ley queda demostrada como sigue:

c) $(\exists x)(Fx \wedge Gx) \quad = \quad \sim(\forall x)(Fx \rightarrow \sim Gx)$

1. $(\exists x)(Fx \wedge Gx)$
2. $\sim(\forall x) \sim (Fx \wedge Gx)$ IC (1)
3. $\sim(\forall x)(Fx \rightarrow \sim Gx)$ Imp. (2)

Confirmada la reducibilidad queda verificada la equivalencia y, por consiguiente, la validez de la ley.

Por último en relación con la cuarta ley tenemos:

d) $(\exists x)(Fx \wedge \sim Gx) \quad = \quad \sim(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$

1. $(\exists x)(Fx \wedge \sim Gx)$
2. $\sim(\forall x) \sim (Fx \wedge \sim Gx)$ IC (1)
3. $\sim(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$ Imp. (2)

Verificada la reducibilidad se concluye la validez de la ley.

**Consecuencias del nuevo enfoque de las leyes de la oposición aristotélica**

El nuevo enfoque de la oposición aristotélica nos lleva a varias conclusiones. En gracia a la brevedad sólo señalaremos las siguientes:

a) Los enunciados en la lógica antigua eran categóricos; ahora se presentan como condicionales.
b) De la verdad de una universal se infería la verdad de su correspondiente particular; ahora no se puede realizar tal inferencia.
c) De la verdad de una universal se infería la falsedad de su contraria; ahora no es posible hacerlo, pues ambas pueden ser verdaderas.
d) Sólo conserva su validez la inferencia entre contradictorias, como se ha observado en la formulación de las leyes de oposición.

## El silogismo categórico

El silogismo categórico es un tipo de inferencia que consta de tres proposiciones categóricas y de tres términos. Las dos primeras proposiciones se denominan premisas y la última se denomina conclusión. La conclusión de un silogismo es una proposición categórica que contiene dos de sus tres términos: el predicado se llama término mayor y se le representa con la letra mayúscula P; el sujeto se llama término menor y se le representa con la letra S. El término que no aparece en la conclusión, pero sí en las dos premisas, se llama término medio y se le representa con la letra M. La premisa que contiene el término mayor se llama premisa mayor y la que contiene el término menor se denomina premisa menor.

Ejemplo:

| | | |
|---|---|---|
| Premisas | Ningún adolescente (P) es congresista (M) | PREMISA MAYOR |
| | Algunos abogados (S) son congresistas (M) | PREMISA MENOR |
| Conclusión | Luego, algunos abogados (S) no son adolescentes (P) | |

S: Término menor (Sujeto de la conclusión)
P: Término mayor (Predicado de la conclusión)
M: Término medio (No aparece en la conclusión, pero sí en las premisas)

### Los modos y las figuras del silogismo categórico

Los modos del silogismo hacen referencia al orden y al tipo de proposiciones categóricas que contiene. Se representa cada modo por tres letras mayúsculas, la primera designa la premisa mayor, la segunda la premisa menor y la tercera la conclusión. Así, en el modo AIO la premisa mayor es una A, la menor es una I y la conclusión es una O.

Las figuras del silogismo designan la posición del término medio en las premisas. Los silogismos pueden tener cuatro figuras diferentes y ser esquematizadas de la siguiente manera:

| Primera figura | Segunda figura | Tercera figura | Cuarta figura |
|---|---|---|---|
| M P | P M | M P | P M |
| S M | S M | M S | M S |
| S P | S P | S P | S P |

- En la primera figura el término medio es sujeto en la premisa mayor y predicado en la menor.
- En la segunda figura el término medio es predicado en ambas premisas.
- En la tercera figura el término medio es sujeto en ambas premisas.
- En la cuarta figura el término medio es predicado en la mayor y sujeto en la menor.

La forma de un silogismo categórico puede describirse de manera completa indicando su figura y su modo. Así, un silogismo de la tercera figura y el modo EIO (3-EIO) tendrá la siguiente forma:

| Tercera Figura | Modo | Forma |
|---|---|---|
| M P | E | Ningún M es P |
| M S | I | Algunos M son S |
| S P | O | Algunos S no son P |

## Formas válidas de silogismos

De los 19 silogismos válidos de acuerdo con las reglas de Aristóteles sólo 15 son lógicamente válidos a la luz de los métodos de la lógica moderna:

| Primera Figura | Segunda Figura | Tercera Figura | Cuarta Figura |
|---|---|---|---|
| 1- AAA | 2- EAE | 3- IAI | 4- AEE |
| 1- EAE | 2- AEE | 3- AII | 4- IAI |
| 1- AII | 2- EIO | 3-OAO | 4- EIO |
| 1- EIO | 2- AOO | 3- EIO | |

La validez de un silogismo depende exclusivamente de su forma y es completamente independiente de su contenido. Así, cualquier silogismo de la forma 1- AAA es válido, sea cual fuere aquello de lo que trata, en virtud de su forma válida.

## Análisis de silogismos mediante el método analógico

Analizar un silogismo mediante el método analógico significa determinar su validez comparando la forma de un silogismo que se desea analizar con otra lógicamente válida.

Procedimiento:

Paso 1. Se halla la forma lógica del silogismo.
Paso 2. Se determina su figura y su modo.
Paso 3. Se confronta la fórmula obtenida con las formas válidas del silogismo. Si coincide con una de las formas válidas el silogismo es válido; si no coincide, no es válido.

Ejemplos:

a) 1. Ningún triángulo es circular.
2. Algunos triángulos son figuras
Luego, algunas figuras no son circulares

$a_1$) Forma lógica:

1. Ningún M es P
2. Algunos M son S
Luego, algunos S no son P

$a_2$) Modo: EIO

$a_3$) Figura: Tercera (3)

$a_4$) Forma lógica válida: 3- EIO

$a_5$) El silogismo es válido, puesto que su forma lógica es válida.

b) 1. Todos los estudiantes son jóvenes.
2. Todos los universitarios son estudiantes.
Luego, todos los universitarios son jóvenes

$b_1$) Forma lógica

1. Todos los M son P
2. Todos los S son M
Luego, todos los S son M

$b_2$) Modo: AAA

$b_3$) Figura: primera (1)

$b^4$) Forma lógica válida: 1-AAA

$b_5$) El silogismo es válido porque su forma lógica es válida.

c) 1. Todos los planetas son astros
2. Ningún astro es deportista
Luego, ningún deportista es planeta

$c_1$) Forma Lógica:

1. Todos los P son M
2. Ningún M es S

Luego, ningún S es P

$c_2$) Modo: AEE

$c_3$) Figura: Cuarta (4)

$c_4$) Forma lógica válida: 4- AEE

$c_5$) El silogismo es válido ya que su forma lógica es válida.

d) 1. Todos los felinos son cuadrúpedos.
2. Algunos animales no son cuadrúpedos.

Luego, algunos animales no son felinos.

$d_1$) Forma lógica:

1. Todos los P son M
2. Algunos S no son M

Luego, algunos S no son P

$d_2$) Modo: AOO

$d_3$) Figura: Segunda (2)

$d_4$) Forma lógica válida: 2-AOO

$d_5$) El silogismo es válido, pues su forma lógica es válida.

## Cuestionario N.º 13

1. ¿De qué se ocupa la lógica de predicados?
2. ¿Qué clase de términos distingue la lógica de predicados?
3. Teniendo en cuenta la cantidad del sujeto, ¿cómo se clasifican las proposiciones que conforman las inferencias estudiadas por la lógica de predicados?
4. ¿Cuáles son los símbolos usados en el ámbito de la lógica de predicados? Refiérase brevemente a cada uno de ellos.
5. ¿Cómo se simboliza una proposición predicativa? Ponga ejemplos.
6. ¿Cuántas maneras de transformar una función proposicional en proposición existen, y en qué consiste cada una de ellas?
7. ¿Cuál es la expresión simbólica de las proposiciones una vez cuantificadas?
8. ¿En qué consisten las cuatro leyes de intercambio de cuantificadores?
9. ¿Qué es preciso tomar en cuenta al momento de aplicar las reglas de equivalencia entre cuantificadores?
10. Simbolice el cuadro de oposición de Boecio.
11. ¿Cuántas clases de variables existen?
12. ¿Cómo se demuestran las leyes de oposición aristotélica? Demuestre cada una de ellas.
13. ¿Cuáles son las consecuencias del nuevo enfoque de la oposición aristotélica?
14. ¿A qué se denomina silogismo categórico?
15. ¿Cuál es la estructura del silogismo categórico?
16. ¿Cómo se denominan y cómo se representan los términos de las proposiciones que conforman un silogismo?
17. ¿Qué son los modos del silogismo?
18. ¿Qué son las figuras del silogismo? Esquematícelas y descríbalas.
19. ¿Cuáles son las quince formas válidas de silogismos categóricos?
20. ¿En qué consiste el análisis de silogismos mediante la analogía lógica y cuál es el procedimiento a seguir?

## EL MÉTODO DE LA DEDUCCIÓN NATURAL CON FÓRMULAS CUANTIFICADAS

Antes de exponer el método de la deducción natural con fórmulas cuantificadas es preciso introducir cuatro reglas adicionales. Son las siguientes:

**Reglas de eliminación y reintroducción de cuantificadores**

1.1. Ejemplificación universal (EU)

$$\frac{(\forall x)\, Fx}{Fw}$$

Permite prescindir durante la derivación del cuantificador universal.

1.2. Ejemplificación existencial (EE)

$$\frac{(\exists x)\, Fx}{Fw}$$

Permite prescindir durante la derivación del cuantificador existencial.

1.3. Generalización universal (GU)

$$\frac{Fw}{(\forall x)\, Fx}$$

Autoriza a añadir el cuantificador universal a un enunciado condicional.

1.4. Generalización existencial (GE)

$$\frac{Fw}{(\exists x)\, Fx}$$

Autoriza a añadir el cuantificador existencial a un enunciado conjuntivo.

**Análisis de silogismos mediante el método de la deducción natural**

Procedimiento:

Por convención designaremos a los tres términos del silogismo con las letras mayúsculas F, G y H de la siguiente manera:

Término menor : F
Término mayor : G
Término medio : H

Luego se dan los siguientes pasos:

a) Se simbolizan los silogismos y se disponen las premisas tal como se hace en el método de la deducción natural.

b) Se suprimen los cuantificadores mediante las reglas de ejemplificación teniendo cuidado de cambiar la variable por un símbolo de individuo.

c) Se aplican las leyes de derivación.

d) Se restituye el cuantificador a la fórmula resultante aplicando las reglas de generalización reintroduciendo, de este modo, la variable original.

Ejemplo 1

Sea el silogismo:

Todos los felinos son mamíferos

Todos los tigres son felinos

---

Luego, todos los tigres son mamíferos

a) Se simboliza el silogismo

1. $(\forall x)\ (Hx \rightarrow Gx)$
2. $(\forall x)\ (Fx \rightarrow Hx)\ /\ \therefore\ (\forall x)\ (Fx \rightarrow Gx)$

b) Se suprimen los cuantificadores

3. $Hw \rightarrow Gw$ EU(1)
4. $Fw \rightarrow Hw$ EU (2)

c) Se aplican las leyes de derivación

5. $Fw \rightarrow Gw$ SH (4,3)

d) Siendo condicional el enunciado resultante, se le aplica la regla de GU restituyéndole la variable

6. $(\forall x)\ (Fx \rightarrow Gx)$ GU (5)

Respuesta: El silogismo es válido.

Ejemplo 2

Sea el silogismo:

Todos lo tiranos son crueles

Algunos civiles son tiranos

---

Luego, algunos civiles son crueles

a) Se simboliza el silogismo

1. $(\forall x)\ (Hx \rightarrow Gx)$
2. $(\forall x)\ (Fx \wedge Hx)\ /\ \therefore\ (\ x)\ (Fx \wedge Gx)$

b) Se suprimen los cuantificadores

| | |
|---|---|
| 3. $Hw \rightarrow Gx$ | EU (1) |
| 4. $Fw \wedge Hw$ | EE (2) |

c) Se aplican las leyes de derivación

| | |
|---|---|
| 5. $Hw$ | Simp. (4) |
| 6. $Gw$ | MP (3, 5) |
| 7. $Fw$ | Simp. (4) |
| 8. $Fw \wedge Gw$ | Conj. (7, 6) |

d) Siendo conjuntivo el enunciado resultante se le aplica la regla de GE restituyéndole la variable

9. $(\exists x)(Fx \wedge Gx)$ GE (8)

Respuesta: El silogismo es válido.

**Análisis de inferencias asilogísticas mediante el método de la deducción natural**

En la inferencia silogística sólo se han cuantificado proposiciones atómicas, de allí la sencillez de este tipo de inferencias. Pero también es posible cuantificar proposiciones moleculares, es decir, proposiciones en las que intervienen las conjunciones. En este caso las inferencias se complican y nos salimos ya de los moldes tradicionales. Por consiguiente, tenemos que hablar ahora, no de inferencias silogísticas, sino de inferencias no silogísticas o asilogísticas.

Procedimiento:

Por convención utilizaremos diversas constantes predicativas eligiendo, siempre que sea posible, las iniciales de los términos que entren en la inferencia.

Luego se simbolizan las proposiciones, se ordenan en la forma conocida y se procede a las derivaciones.

Ejemplo 1

Sea la inferencia:

Todos los lógicos son reflexivos y estudiosos. Algunos lógicos son filósofos. Luego, algunas personas reflexivas son filósofos.

Todos los lógicos son reflexivos y estudiosos
Algunos lógicos son filósofos
______________________________
Luego, algunas personas reflexivas son filósofos

a) Se determinan las funciones predicativas

Lx: x es lógico
Rx: x es reflexivo
Ex: x es estudioso
Fx: x es filósofo

b) Se simboliza la inferencia

1. $(\forall x)\,[Lx \rightarrow (Rx \wedge Ex)]$
2. $(\exists x)\,(Lx \wedge Fx)$ / $\therefore (\exists x)\,(Rx \wedge Fx)$

c) Se ejecutan las derivaciones.

| | |
|---|---|
| 3. $Lw \rightarrow (Rw \wedge Ew)$ | EU(1) |
| 4. $Lw \wedge Fw$ | EE (2) |
| 5. $Lw$ | Simp. (4) |
| 6. $Rw \wedge Ew$ | MP (3,5) |
| 7. $Rw$ | Simp. (6) |
| 8. $Fw$ | Simp (4) |
| 9. $Rw \wedge Fw$ | Conj. (7,8) |
| 10. $(\exists x)\,(Rx \wedge Fx)$ | GE (9) |

Respuesta: La inferencia es válida.

Ejemplo 2

Sea la inferencia:

Todos los hombres son mortales. Alejandro es hombre. En consecuencia, Alejandro es mortal.

Todos los hombres son mortales
Alejandro es hombre
_______________________________
Luego, Alejandro es mortal

a) Se determinan las funciones predicativas

Hx: x es hombre
Mx: x es mortal
Ha: a es hombre
Ma: a es mortal

b) Se simboliza la inferencia

1. $(\forall x)\ (Hx \rightarrow Mx)$
2. $Ha\ /\ \therefore\ Ma$

c) Se ejecutan las derivaciones

3. $Ha \rightarrow Ma$  EU(1)
4. $Ma$  MP(2,3)

Respuesta: La inferencia es válida.

Ejemplo 3

Sea la inferencia:

Todo es espacial o no es material. Luego, no hay cosas que no sean espaciales y sean materiales.

1 .Todo es espacial o no es material

Luego, no hay cosas que no sean espaciales y sean materiales

a) Se determinan las funciones predicativas

Ex: x es espacial
Mx: x es material

b) Se simboliza la inferencia

1. $(\forall x)(Ex \vee \sim Mx)$ / $\therefore \sim (\exists x)(\sim Ex \wedge Mx)$

c) Se ejecutan las derivaciones

2. $\sim (\exists x) \sim (Ex \vee \sim Mx)$ IC (1)
3. $\sim (\exists x)(\sim Ex \wedge Mx)$ De M (2)

Respuesta: La inferencia es válida.

Ejemplo 4

Sea la inferencia:

Si todo es material, entonces hay cosas extensas. Pero nada es extenso. Por consiguiente, hay cosas que no son materiales.

1. Si todo es material, entonces hay cosas extensas
2. Nada es extenso

Por consiguiente, hay cosas que no son materiales

a) Se determinan las funciones predicativas.

Mx: x es material
Ex: x es extensa

b) Se simboliza la inferencia.

1. $(\forall x)\ Mx \rightarrow (\exists x)\ Ex$
2. $(\forall x) \sim Ex\ /\ \therefore (\exists x) \sim Mx$

c) Se ejecutan las derivaciones.

| | |
|---|---|
| 3. $\sim (\exists x)\ Ex$ | IC (2) |
| 4. $\sim (\forall x)\ Mx$ | MT (1,3) |
| 5. $(\exists x) \sim Mx$ | IC (4) |

Respuesta: La inferencia es válida.

Ejemplo 5

Sea la inferencia:

Si todo es fácil y agradable, entonces Martha no estudiará. No hay cosas que no sean agradables. Todo es fácil. Luego, María no estudiará.

1. Si todo es fácil y agradable, entonces Martha no estudiará
2. No hay cosas que no sean agradables
3. Todo es fácil

Luego, Martha no estudiará

a) Se determinan las funciones predicativas

Fx: x es fácil
Ax: x es agradable
Em: m estudia

b) Se simboliza la inferencia

1. $(\forall x)(Fx \wedge Ax) \rightarrow \sim Em$
2. $\sim (\exists x) \sim Ax$
3. $(\forall x) Fx \ / \therefore \sim Em$

c) Se ejecutan las derivaciones

| | |
|---|---|
| 4. $(\forall x)Ax$ | IC (2) |
| 5. $(\forall x) Fx \wedge (\forall x) Ax$ | Conj. (3, 4) |
| 6. $(\forall x)(Fx \wedge Ax)$ | Dist. C (5) |
| 7. $\sim Em$ | MP (1, 6) |

Respuesta: La inferencia es válida.

**Distribución de cuantificadores**

1. El cuantificador universal es distributivo con respecto a la conjunción.

$$(\forall x)(Fx \wedge Gx) \equiv (\forall x) Fx \wedge (\forall x)Gx$$

2. El cuantificador existencial es distributivo con respecto a la disyunción.

$$(\exists x)(Fx \vee Gx) \equiv (\exists x) Fx \vee (\exists x)Gx$$

Igualmente para futuras demostraciones es conveniente tener en cuenta dos implicaciones:

3. A partir de la disyunción de funciones proposicionales cuantificadas universalmente se infiere la cuantificación universal de la disyunción de dichas funciones proposicionales.

$$[(\forall x) Fx \vee (\forall x) Gx] \rightarrow (\forall x)(Fx \vee Gx)$$

4. A partir de la cuantificación existencial de la conjunción de funciones proposicionales se infiere la conjunción de la cuantificación existencial de los conjuntivos.

$(\exists x)(Fx \wedge Gx) \rightarrow [(\exists x) Fx \wedge (\exists x) Gx]$

Ejemplo 6

Si todo es simple o fácil, entonces Fernando hará el trabajo. No es cierto que haya cosas que no sean simples y haya cosas que no sean fáciles. Por lo tanto, Fernando hará el trabajo.

1. Si todo es simple o fácil, entonces Fernando hará el trabajo.
2. No es cierto que haya cosas que no sean simples y haya cosas que no sean fáciles

---

Por lo tanto, Fernando hará el trabajo.

a) Se determinan las funciones predicativas.

Sx: x es simple
Fx: x es fácil
Hf: f hace el trabajo

b) Se simboliza la inferencia.

1. $(\forall x)(Sx \vee Fx) \rightarrow Hf$
2. $\sim [(\exists x) \sim Sx \wedge (\exists x) \sim Fx]$ / $\therefore$ Hf

c) Se ejecutan las derivaciones.

| | |
|---|---|
| 3. $\sim (\exists x) \sim Sx \vee \sim (\exists x) \sim Fx$ | De M (2) |
| 4. $(\forall x) Sx \vee (\forall x) Fx$ | IC (3) |
| 5. $(\forall x)(Sx \vee Fx)$ | Dist. C (4) |
| 6. Hf | MP (1, 5) |

Respuesta: La inferencia es válida.

Ejemplo 7

Todos los cuervos son negros y tienen pico. En consecuencia, todos los cuervos son negros y todos los cuervos tienen pico.

1. Todos los cuervos son negros y tienen pico

   En consecuencia, todos los cuervos son negros y todos los cuervos tienen pico.

a) Se determinan las funciones predicativas.

Cx: x es cuervo
Nx: x es negro
Px: x tiene pico

b) Se simboliza la inferencia.

1. $(\forall x)\,[Cx \rightarrow (Nx \wedge Px)]\ /\ \therefore (\forall x)\,(Cx \rightarrow Nx) \wedge (\forall x)\,(Cx \rightarrow Px)$

c) Se ejecutan las derivaciones.

| | |
|---|---|
| 2. $(\forall x)\,[\sim Cx \vee (Nx \wedge Px)]$ | Impl. (1) |
| 3. $(\forall x)\,[(\sim Cx \vee Nx) \wedge (\sim Cx \vee Px)]$ | Dist. (2) |
| 4. $(\forall x)\,[(Cx \rightarrow Nx) \wedge (Cx \rightarrow Px)]$ | Impl. (3) |
| 5. $(\forall x)\,(Cx \rightarrow Nx) \wedge (\forall x)\,(Cx \rightarrow Px)$ | Dist. C (4) |

Respuesta: La inferencia es válida.

**Formalización de predicados poliádicos**

Los predicados considerados anteriormente eran predicados monádicos, es decir, predicados que se aplican a un único individuo ya sea constante o variable, esta última libre o ligada. Sin embargo, hay otros predicados llamados poliádicos o relacionales, esto es, aquellos que involucran a dos o más individuos. Ejemplos:

a) Oscar admira a Vilma.
b) Lima está entre Áncash e Ica.
c) Silvia cuida a sus hijos.
d) La Tierra gira alrededor del Sol.
e) Asia es más poblada que Europa.
f) César presenta a Raúl a Susana.
g) Raúl viajará de Lima a Ica.
h) Eduardo lee El Quijote a sus amigos.
i) Alberto, Luis, Ricardo y Daniel juegan juntos.
j) Esperanza, Diana, Laura y Marisol intercambian ideas.

'Admirar a' es un predicado que involucra a dos individuos: Oscar y Vilma. Por tanto, 'a)' es un predicado diádico. Igualmente, 'c)', 'd)' y 'e)' son predicados diádicos. 'Estar entre' es un predicado que involucra a tres individuos: Lima, Áncash e Ica. Consecuentemente, 'b)' es un predicado triádico. Asimismo, 'f)', 'g)' y 'h)' son predicados triádicos. Finalmente, 'i)' y 'j)' son predicados tetrádicos; y n-ádicos los predicados que involucran a más de cuatro individuos.

Los predicados poliádicos se expresan simbólicamente con las mismas letras que los predicados monádicos y los individuos se representan igualmente por medio de constantes o variables, según corresponda. Ejemplos:

a) Felipe es mayor que Angélica:
Mfa (M: ser mayor que; f: Felipe; a: Angélica)

b) Angélica es mayor que Felipe:
Maf (M: ser mayor que; a: Angélica; f: Felipe)

c) César ama a Raquel:
Acr
d) César no ama a Raquel:
~ Acr

e) Ernesto es más joven que David y Tarcila es más joven que Rocío:

$Jed \wedge Jtr$

**Formalización de funciones proposicionales y proposiciones generales con predicados poliádicos**

Las expresiones que contienen por lo menos una variable libre son funciones proposicionales, tal como se señaló anteriormente. Ejemplos:

a) Liliana ama a x

Alx

b) Fulano visitó a mengano

Vxy

c) x > a

Mxa

d) x > y

Mxy

Las variables de funciones proposicionales con predicados poliádicos pueden ser cuantificadas. En atención a esto si todas las variables caen bajo el alcance de un cuantificador representarán una proposición general. Si, en cambio, hay por lo menos una variable libre será una función proposicional. Ejemplos:

a) Todos admiran a Valentín

$(\forall x)\ Axv$

b) Alan admira a alguien

$(\exists x)\ Aax$

c) Todos los filósofos admiran a Platón

$(\forall x)\ (Fx \rightarrow Axp)$

d) Daniel aprende de algún profesor

$(\exists x)\ (Px \wedge Adx)$

e) Todos aman u odian a Barrabás

$(\forall x)\ (Axb \vee Oxb)$

Otras proposiciones generales contienen cuantificación múltiple. Ejemplos:

a) Todo causa a todo
$(\forall x)(\forall y)\ Cxy$
b) Todo es causado por todo
$(\forall x)(\forall y)\ Cyx$
c) Todo se vincula con algo
$(\forall x)(\exists y)\ Vxy$
d) Algo se vincula con todo
$(\exists x)(\forall y)\ Vxy$
e) Algo se vincula con alguna cosa
$(\exists x)(\exists y)\ Vxy$
f) Todos los estudiantes aprenden de alguien
$(\forall x)\ [Ex \rightarrow (\exists y)\ Axy]$
g) Todos los estudiantes aprenden de algún profesor
$(\forall x)\ [Ex \rightarrow (\exists y)\ (Py \wedge Axy)]$
h) Algunos perros ladran a todos los niños
$(\exists x)\ [Px \wedge (\forall y)\ (Ny \rightarrow Lxy)]$
i) Todos los maestros quieren a sus alumnos
$(\forall x)\ [Mx \rightarrow (\forall y)\ (Ayx \rightarrow Qxy)]$
j) Ninguna ciudad descuida su patrimonio cultural
$(\forall x)\ [Cx \rightarrow (\forall y)\ (Pyx \rightarrow \sim Dxy)]$
k) Si los perros ladran a los gatos, los gatos huyen de los perros
$(\forall x)\{\ Px \rightarrow (\forall y)\ [\ Gy \rightarrow (Lxy \rightarrow Hyx)]\}$
l) Si Áncash está al norte de Lima, algo está al norte de Lima
$Nal \rightarrow (\exists x)\ Nxl$

## Cuestionario N.º 14

1. ¿Qué reglas permiten eliminar y reintroducir cuantificadores en el método de la deducción natural con fórmulas cuantificadas?
2. ¿Qué permite la regla de la ejemplificación universal?
3. ¿Qué prescribe la regla de la ejemplificación existencial?
4. ¿Qué posibilita la regla de la generalización universal?

5. ¿Qué permite la regla de la generalización existencial?
6. ¿Cuáles son los pasos a seguir al momento de efectuar el análisis de silogismos mediante el método de la deducción natural?
7. ¿Qué son las inferencias asilogísticas y cuál es el procedimiento para analizarlas mediante el método de la deducción natural?
8. ¿En qué consisten las reglas de distribución de cuantificadores?
9. ¿Qué diferencia existe entre predicados monádicos y predicado poliádicos?
10. ¿Cómo se formalizan las funciones proposicionales y proposiciones generales con predicados poliádicos?

**Ejercicio N.º 17**
**Proposiciones y funciones proposicionales**

1. Diga ¿cuáles son proposiciones y cuáles funciones proposicionales? ¿Por qué?

a) $Fa$
b) $Gab$
c) $Fa \wedge Gx$
d) $(\forall x)\, Fx \vee Gx$
e) $(\forall x)(\forall y)(Fx \leftrightarrow Gy)$
f) $Fx \wedge \sim Gx$
g) $(\forall x)(Fx \leftrightarrow \sim Gy)$
h) $Fa \rightarrow (\forall x)\, Gx \vee Hx$
i) $(\exists x)(Fx \wedge Gx) \rightarrow Fa$
j) $(\exists x)(\exists y)(Fx \wedge Gy \wedge Hz)$
k) $Fab$
l) $(\exists y)\, Fxy$
m) $(\exists y)\, Fy \rightarrow (\forall x)\, Fx$
n) $(\forall x)(\forall y)\, Fxy \rightarrow Gxy$
ñ) $Fx \wedge \sim Gx$

2. Convierta en proposición cada una de las siguientes funciones proposicionales:

a) $Fx$
b) $Fx \leftrightarrow Gx$
c) $Fx \wedge \sim Ga$
d) $(\exists x)\,(Fx \vee Gy)$
e) $(\forall x)\,(\forall y)\,[Fx \rightarrow (Gx \wedge Hz)]$
f) $(\forall x)\,(\forall y)\,Fxy \leftrightarrow Gxy$
g) $(\exists x)\,(x + y = z)$
h) $Fx \rightarrow (\exists x)\,(Fx \wedge Gy)$
i) $(\forall x)\,(\exists y)\,[(Fx \wedge Gy) \rightarrow Fxyz]$
j) $Fx \wedge \sim Ga \wedge \sim Hy$
k) $Fax$
l) $(\exists y)\,Fxy$
m) $(\exists y)\,Fy \rightarrow Fx$
n) $(\forall x)\,(\forall y)\,Fxy \rightarrow Gxy$
ñ) $Fx \wedge Gx$

## Ejercicio N.º 18
## Formalización de proposiciones mediante el lenguaje de la lógica de predicados

1. Formalice las siguientes proposiciones singulares:

a) Pedro es abogado.
b) Pedro y Daniel son ingenieros.
c) Es falso que Pedro y Daniel sean filósofos.
d) Pedro y Daniel son condiscípulos.
e) Pedro es poeta y literato.
f) Pedro obsequió La ciudad y los perros a Daniel.
g) Copenhague es la capital de Dinamarca y Helsinki, de Finlandia.
h) Francia está entre España y Alemania.
i) Daniel prefiere a Silvia que a Carmen.
j) Pedro es bígamo.

k) Daniel se suicidó.
l) Daniel es hermano de Ramiro y Benjamín.
m) Pedro es tan honesto como Daniel.
n) Ni Pedro ni Daniel son escépticos.
ñ) Pedro admira a Rosa y a Virginia.

2. Formalice las siguientes proposiciones categóricas:

a) Todos los penalistas son abogados.
b) Todos los injustos son deshonestos.
c) Todos los estudiantes universitarios son rebeldes.
d) Ningún adolescente es congresista.
e) Ningún sacerdote católico es inmoral.
f) Ningún religioso es avaro o usurero.
g) Algunos musulmanes son talibanes.
h) Algunos médicos ayacuchanos son protestantes.
i) Algunos dipsómanos son apolíticos.
j) Casi todos los descorteses no son universitarios.
k) Existe al menos un médico que no es otorrinolaringólogo.
l) No todos los peruanos son tacneños.
m) Cualquier pez es vertebrado.
n) Ni siquiera un metal es un ser vivo.
ñ) No existe un solo peruano que no sea sudamericano.

3. Formalice las siguientes proposiciones predicativas poliádicas:

a) Ningún estudiante universitario es autista.
b) Algunas estudiantes universitarias son melómanas.
c) Ningún tímido es atrevido.
d) Algunas tímidas no son bonitas.
e) Algunos estudiantes universitarios son serios y tímidos.
f) Raquel es bonita, pero no es atrevida.
g) No todas las tímidas son bonitas.
h) Algunos estudiantes universitarios que no son serios, son deportistas.
i) Ningún tímido no es circunspecto.

j) Algunos estudiantes universitarios que son deportistas no son tímidos.
k) Todas las tímidas que son deportistas son bonitas.
l) Cualquiera que es deportista es atleta o veloz.
m) Algunos estudiantes universitarios son aficionados al rock y a la salsa.
n) Ningún estudiante universitario es aficionado al rock y a la salsa simultáneamente.
ñ) Hay algunos estudiantes universitarios que son aficionados al rock pero no a la salsa.
o) Todo tímido sale a bailar con alguna estudiante universitaria.
p) Silvia no sale a bailar con ningún tímido.
q) Algunos estudiantes universitarios sólo salen a bailar con estudiantes universitarias.
r) Algunos tímidos salen a bailar con estudiantes universitarias.
s) Algunos estudiantes universitarios no salen a bailar con estudiantes universitarias.
t) Tanto estudiantes universitarios como estudiantes secundarios salen a bailar con Silvia.
u) Algunos atrevidos salen a bailar con estudiantes universitarias aficionadas al rock.
v) Solamente atrevidos salen a bailar con atrevidas.
w) Los atrevidos salen a bailar sólo con atrevidas.
x) Raúl sale a bailar con tímidas solamente si son bonitas.
y) Raúl sale a bailar con una estudiante universitaria.

## Ejercicio N.º 19
## Equivalencia de fórmulas

1. Escriba el equivalente de las siguientes fórmulas, aplicando las reglas de intercambio de cuantificadores (IC):

   a) $\sim (\forall x)\ (Fx \rightarrow Gx)$
   b) $(\exists x) \sim Fx$
   c) $(\exists x)\ (Fx \wedge Gx)$
   d) $\sim (\forall x)\ (Fx \rightarrow Gx)$

e) $(\exists x) \sim (Fx)$
f) $(\forall x)\ (Fx \rightarrow \sim Gx)$
g) $\sim (\forall x) \sim Fx$
h) $\sim (\exists x) \sim Fx$
i) $\sim (\forall x) \sim (Fx \rightarrow \sim Gx)$
j) $\sim (\exists x) \sim (Fx \wedge \sim Gx)$
k) $\sim (\forall x)\ [(Fx \wedge Gx) \rightarrow Hx]$
l) $\sim (\forall x) \sim [(Fx \vee Gx) \rightarrow \sim Hx]$
m) $\sim (\forall x) \sim [(Fx \rightarrow Gx) \wedge Hx]$
n) $\sim (\exists x) \sim [(Fx \rightarrow Gx) \wedge \sim Hx]$
ñ) $\sim (\forall x)\ [(Fx \wedge \sim Gx) \rightarrow (\sim Fx \vee \sim Hx)]$

2. Escriba el equivalente de las siguientes proposiciones categóricas aplicando las reglas de las proposiciones contradictorias:

a) Ningún hombre es inmortal.
b) Algunos políticos son deshonestos.
c) Ningún peruano es chileno.
d) Algunos artistas no son pintores.
e) Todos los universitarios son estudiantes.
f) Es falso que ningún apolítico sea irresponsable.
g) Es falso que algunos congresistas sean adolescentes.
h) Es falso que algunos congresistas no sean peruanos.
i) Es falso que todos los congresistas sean limeños.
j) Algunos desleales no son irresponsables.
k) Cada uno de los quiteños no es peruano.
l) Nadie que sea idealista es materialista.
m) No todos los congresitas son poetas.
n) Muchos apolíticos son insensatos.
ñ) Todos los americanos no son europeos.

## Ejercicio N.º 20
## Modos y figuras silogísticos

1. Dados la figura y el modo, construya el silogismo correspondiente:

a) 1 - EAE
b) 1 - EIO
c) 1 - IAI
d) 2 - AEE
e) 2 - AOO
f) 2 - AAA
g) 3 - OAO
h) 3 - AII
i) 3 - EAE
j) 4 - IAI
k) 4 - AEE
l) 4 - AII
m) 1 - AII
n) 2 - EAE
ñ) 3 - IAI

## Ejercicio N.º 21
## Análisis de silogismos mediante el método analógico

1. Determine la validez o invalidez de los siguientes silogismos mediante el Método Analógico (empleando las formas válidas de silogismos).

a) Ningún hombre es perfecto. Todos los peruanos son hombres. Luego, ningún peruano es perfecto.
b) Algunos peruanos son guitarristas. Todos los peruanos son sudamericanos. Luego, algunos sudamericanos son guitarristas.
c) Ninguna canasta es de papel. Algunas bolsas son canastas. Luego, algunas bolsas no son de papel.
d) Todos los diputados son parlamentarios. Ningún parlamentario es adolescente. Luego, ningún adolescente es diputado.

e) Todos los médicos son impacientes. Algunos médicos son sordos. Luego, algunos sordos son impacientes.
f) Algunos silogismos son válidos. Ninguna oración es un silogismo. Luego, algunas oraciones no son válidas
g) Ningún triángulo es circular. Algunos triángulos son figuras. Luego, algunas figuras no son circulares.
h) Todos los aretes son de plata. Algunos objetos de plata son joyas. Luego, algunas joyas son aretes.
i) Todos los planetas son astros. Ningún astro es deportista. Luego, ningún deportista es planeta.
j) Ningún alférez es comandante. Todos los comandantes son militares. Luego, algunos militares no son alfereces.
k) Todos los estudiantes son jóvenes. Todos los universitarios son estudiantes. Luego, todos los universitarios son jóvenes.
l) Todos los filósofos son cultos. Algunos científicos son cultos. Luego, algunos científicos son cultos.
m) Algunos reptiles son peligrosos. Todos los lagartos son reptiles. Luego, algunos lagartos son peligrosos.
n) Ningún animal es planta. Todo hombre es animal. Luego, ningún hombre es planta.
ñ) Ningún animal es piedra. Alguna substancia es animal. Luego, alguna substancia no es piedra.

## Ejercicio N.º 22
## Análisis de silogismos mediante el método de la deducción natural con fórmulas cuantificadas

1. Demuestre la validez de las siguientes inferencias silogísticas mediante el método de la deducción natural con fórmulas cuantificadas:

   a) 1. $(\forall x)(Mx \rightarrow Px)$
      2. $(\forall x)(Sx \rightarrow Mx)$ / $\therefore$ $(\forall x)(Sx \rightarrow Px)$

b) 1. $(\forall x)(Mx \to \sim Px)$
2. $(\forall x)(Sx \to Mx)$ / $\therefore (\forall x)(Sx \to \sim Px)$

c) 1. $(\forall x)(Mx \to Px)$
2. $(\exists x)(Sx \wedge Mx)$ / $\therefore (\exists x)(Sx \wedge Px)$

d) 1. $(\forall x)(Mx \to \sim Px)$
2. $(\exists x)(Sx \wedge Mx)$ / $\therefore (\exists x)(Sx \wedge \sim Px)$

e) 1. $(\forall x)(Px \to \sim Mx)$
2. $(\forall x)(Sx \to Mx)$ / $\therefore (\forall x)(Sx \to \sim Px)$

f) 1. $(\forall x)(Px \to Mx)$
2. $(\forall x)(Sx \to \sim Mx)$ / $\therefore (\forall x)(Sx \to \sim Px)$

g) 1. $(\forall x)(Px \to \sim Mx)$
2. $(\exists x)(Sx \wedge Mx)$ / $\therefore (\exists x)(Sx \wedge \sim Px)$

h) 1. $(\forall x)(Px \to Mx)$
2. $(\exists x)(Sx \wedge \sim Mx)$ / $\therefore (\exists x)(Sx \wedge \sim Px)$

i) 1. $(\exists x)(Mx \wedge Px)$
2. $(\forall x)(Mx \to Sx)$ / $\therefore (\exists x)(Sx \wedge Px)$

j) 1. $(\forall x)(Mx \to Px)$
2. $(\exists x)(Mx \wedge Sx)$ / $\therefore (\exists x)(Sx \wedge Px)$

k) 1. $(\exists x)(Mx \wedge \sim Px)$
2. $(\forall x)(Mx \to Sx)$ / $\therefore (\exists x)(Sx \wedge \sim Px)$

l) 1. $(\forall x)(Mx \to \sim Px)$
2. $(\exists x)(Mx \wedge Sx)$ / $\therefore (\exists x)(Sx \wedge \sim Px)$

m) 1. $(\forall x)(Px \to Mx)$
2. $(\forall x)(Mx \to \sim Sx)$ / $\therefore (\forall x)(Sx \to \sim Px)$

n) 1. $(\exists x)(Px \wedge Mx)$
2. $(\forall x)(Mx \rightarrow Sx)$ / $\therefore (\exists x)(Sx \wedge Px)$

ñ) 1. $(\forall x)(Px \rightarrow \sim Mx)$
2. $(\exists x)(Mx \wedge Sx)$ / $\therefore (\exists x)(Sx \wedge \sim Px)$

## Ejercicio N.º 23
## Demostración de formas de inferencia válidas mediante el método de la deducción natural con fórmulas cuantificadas

1. Demuestre por la prueba directa (PD)

a) 1. $(\forall x)\, Fx \rightarrow (\exists x)Gx$
2. $(\forall x) \sim Gx$ / $\therefore (\exists x) \sim Fx$

b) 1. $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$ / $\therefore \sim (\exists x)(Fx \wedge \sim Gx)$

c) 1. $\sim (\exists x)(Fx \wedge \sim Gx)$ / $\therefore (\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$

d) 1. $(\forall x)(Fx \wedge Gx) \rightarrow \sim Ha$
2. $\sim (\exists x) \sim Gx$
3. $(\forall x)\, Fx$ / $\therefore \sim Ha$

e) 1. $(\forall x)(Fx \vee Gx) \rightarrow Ha$
2. $\sim [\, (\exists x) \sim Fx \wedge (\exists x) \sim Gx\, ]$ / $\therefore Ha$

f) 1. $(\forall x)\, [Fx \rightarrow (Gx \wedge Hx)]$ / $\therefore (\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \wedge (\forall x)(Fx \rightarrow Hx)$

g) 1. $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$
2. $Fa$ / $\therefore Ga$

h) 1. $(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$
2. $(\forall x)(Gx \rightarrow Hx)$ / $\therefore (\forall x)(Fx \rightarrow Hx)$

i) 1. $(\exists x)(Fx \wedge Gx)$
2. $(\forall x)(Gx \to Hx)$ / $\therefore$ $(\exists x)(Fx \wedge Hx)$

j) 1. $(\forall x)[(Fx \wedge \sim Gx) \to \sim Hx]$
2. $(\forall x)(Ix \to Fx)$
3. $(\forall x)(Ix \wedge Hx)$ / $\therefore$ $(\exists x)\,Gx$

k) 1. $(\forall x)(Fx \wedge Gx)$ / $\therefore$ $(\forall x)\,Fx$

l) 1. $(\forall x)[Fx \to (Gx \wedge Hx)]$
2. $(\exists x)(\sim Gx \wedge Ix)$ / $\therefore$ $(\exists x) \sim Fx$

m) 1. $(\exists x)[Fx \wedge (\sim Gx \vee Hx)]$
2. $(\forall x)[(Gx \wedge \sim Hx) \vee Ix]$ / $\therefore$ $(\exists x)\,Ix$

n) 1. $\sim (\exists x)[\sim (Sx \wedge \sim Px) \to \sim Rx]$
2. $(\forall x) \sim (Rx \wedge Px)$ / $\therefore$ $(\forall x) \sim Sx$

ñ) 1. $\sim (\exists x) \sim (Ax \vee \sim Rx)$
2. $(\forall x)[(Gx \wedge \sim Ux) \vee Mx]$
3. $(\forall x)(\sim Ux \to \sim Ax)$
4. $(\exists x)[Ix \wedge \sim (Mx \vee Nx)]$
5. $(\forall x)(\sim Tx \to Rx)$ / $\therefore$ $(\exists x)(Tx \wedge \sim Ux)$

2. Demuestre por la prueba condicional (PC)

a) 1. $(\forall x)(Kx \to Lx)$
2. $(\forall x)[(Kx \wedge Lx) \to Mx]$ / $\therefore$ $(\forall x)(Kx \to Mx)$

b) 1. $(\forall x)[(Fx \vee Sx) \to (Ix \wedge Wx]$ / $\therefore$ $(\forall x)(Fx \to Ix)$

c) 1. $(\forall x)[(Ax \vee Bx) \to (Cx \wedge Dx]$
2. $(\forall x)\{(Cx \vee Ex) \to [(Fx \vee Gx) \to Hx]\}$ / $\therefore$ $(\forall x)[Ax \to (Fx \to Hx)]$

d) 1. $(\forall x)\,[(Mx \wedge Ox) \rightarrow Rx]$
2. $(\forall x)\,(\sim Ox \vee Ex)$
3. $(\forall x)\,(\sim Ex \vee \sim Rx)\ /\therefore\ (\forall x)\,[Ox \rightarrow (Ex \wedge \sim Mx)]$

e) 1. $(\forall x)\,(Nx \rightarrow Ox)$
2. $(\forall x)\,(Px \rightarrow Ox)\ /\therefore\ (\forall x)\,[(Nx \vee Px) \rightarrow Ox]$

f) 1. $(\forall x)\,[Sx \rightarrow (Tx \rightarrow Ux)]$
2. $(\forall x)\,[Ux \rightarrow (Vx \wedge Wx)]\ /\therefore\ (\forall x)\,[Sx \rightarrow (Tx \rightarrow Vx)]$

g) 1. $(\forall x)\,(Cx \rightarrow Dx)$
2. $(\exists x)\,(Ex \rightarrow \sim Dx)\ /\therefore\ (\exists x)\,(Ex \rightarrow \sim Cx)$

h) 1. $(\forall x)\,(Ix \rightarrow Jx)$
2. $(\exists x)\,(Ix \wedge \sim Jx)\ /\therefore\ (\forall x)\,(Jx \rightarrow Ix)$

i) 1. $(\forall x)\,(Hx \rightarrow Mx)\ /\therefore\ Hs \rightarrow (\exists x)\,(Hx \wedge Mx)$

j) 1. $(\forall x)\,(Hx \rightarrow Fx)$
2. $(\forall x)\,(\sim Gx \rightarrow \sim Fx)\ /\therefore\ (\forall x)\,(Hx \rightarrow Gx)$

# Bibliografía


AGAZZI, Evandro, *La lógica simbólica,* Barcelona, Herder, 1967.

ALCHOURRÓN, Carlos E. *et al., Lógica,* Madrid, Trotta, 1995.

BLANCHÉ, Robert, *Introducción a la lógica contemporánea,* Buenos Aires, Carlos Lohlé, 1963.

BOCHÉNSKI, I. M., *Historia de la lógica formal,* Madrid, Gredos, 1966.

BUNGE, Mario, *Epistemología,* La Habana, Ciencias Sociales, 1982.

COPI, Irving, *Lógica simbólica,* Méjico, Compañía Editorial Continental, 2000.

COPI, Irving y Carl COHEN, *Introducción a la lógica,* Méjico, Limusa, 1995.

DEAÑO, Alfredo, *Introducción a la lógica formal,* Madrid, Alianza Editorial, 1975.

FERRATER MORA, José, *Qué es la lógica,* Buenos Aires, Columba, 1965.

————————. *Diccionario de Filosofía,* Barcelona, Ariel, tomo III, 1994.

GADAMER, H. G., *Arte y verdad de la palabra,* Barcelona, Paidós, 1998.

GUERRA, Luis Felipe y Hugo GARCÍA SALVATECCI, *Lógica matemática,* Lima, Universo, 1984.

HAACK, Susan, *Filosofía de la lógica,* Madrid, Cátedra, 1978.

KANT, Manuel, *Crítica de la razón pura,* Buenos Aires, Losada, tomo I, 1960,

LALANDE, André, *Vocabulario técnico y crítico de la filosofía,* Argentina, El Ateneo Editorial, 1966.

MIRÓ QUESADA CANTUARIAS, Francisco, *Lógica 1, Filosofía de las matemáticas,* Lima, Ignacio Prado Pastor, 1980.

————————. *Lógica,* Santa Rosa, Universo, 1962.

————————. "Las lógicas heterodoxas y el problema de la unidad de la lógica", en *Lógica, aspectos formales y filosóficos,* Lima, PUCP, pp. 33-44, 1978.

————————. *Lógica,* Lima, IPEM, 1970.

PISCOYA HERMOZA, Luis, *Lógica,* Lima, Facultad de Educación de la UNMSM, 1997.

PISCOYA HERMOZA, Luis, *Investigación científica y educacional*, Lima, Amaru Editores, 1995.

QUINE, W.V.O., *Los métodos de la lógica,* Barcelona, Ariel, 1969.

REA RAVELLO, Bernardo, *Introducción a la lógica,* Lima, Amaru Editores, 1981.

ROSENTAL y IUDIN, *Diccionario filosófico,* Rosario-Argentina, Ediciones Universo, 1973.

RUSSELL, Bertrand, *Our Nowledge of the External World*, New York, New American Library, Mentor Books, 1956.

__________________. *Fundamentos de Filosofía,* Barcelona, Plaza & Janes, S.A. Editores, 1974.

SACRISTÁN, Manuel, *Introducción a la lógica y al análisis formal,* Barcelona, Ariel, 1969.

SALAZAR BONDY, Augusto, *Iniciación filosófica,* Lima, Arica, 1969.

SAPIR, E., *El lenguaje,* Méjico, Fondo de Cultura Económica, 1980.

SAUSSURE, Ferdinand de, *Curso de lingüística general*, Bueno Aires, Losada, 1945.

THOMAS, Norman L., *Modern Logic,* Barnes y Noble, Inc., Nueva York, 1966.

TRELLES, Óscar y Diógenes ROSALES, *Introducción a la lógica,* Lima, PUCP, 1988.